

FORME CANONIQUE

Découverte du rôle de chaque coefficient avec XCAS

Compétences mathématiques :

- Fonction carrée.

Compétences informatiques :

- Tracés de graphes dépendant de paramètres formels.



Prérequis :

- Utilisation de paramètres formels dans une fenêtre de géométrie.

Partie 1: TRACÉ DU GRAPHIQUE

Le problème

On trace le graphe d'une fonction du type $x \mapsto a(x - b)^2 + c$

1. On ouvre une fenêtre de géométrie en tapant simultanément sur  et .
2. On crée trois paramètres formels a , b et c variant entre -5 et 5 :

```
assume(a:=[1, -5, 5])
assume(b:=[1, -5, 5])
assume(c:=[1, -5, 5])
```

ATTENTION!

On les rentre dans des cellules différentes.

3. On crée la fonction f :

```
f:=x->a*(x-b)^2+c
```

4. On affiche son graphe en bleu :

```
graphe(f(x),x=-7..5,couleur=bleu)
```

5. On place trois points particuliers :

```
S:=point(b,c);A:=point(b,0);O:=point(0,c)
```

6. On trace deux segments particuliers :

```
SA:=segment(S,A);S0:=segment(S,0)
```

7. On trace le graphe de la fonction carrée en vert :

```
graphe(x^2,couleur=vert)
```

Partie 2: OBSERVATION

1. Quelles conjectures pouvez-vous alors émettre sur

- l'influence de b sur ces courbes ?
- l'influence de c sur ces courbes ?
- l'influence de a sur ces courbes ?

2. Un point semble jouer un rôle important

- Quelles sont ses coordonnées ?
- Quel est ce rôle ?

Partie 3: PREUVE DE NOS CONJECTURES

Le problème

Il est intéressant d'observer un phénomène sur quelques exemples, mais vous savez bien qu'*une hirondelle ne fait pas le printemps...*

Il s'agit donc de prouver ce que nous avons avancé quelque soit les nombres a , b et c utilisés.
Pour rester dans un contexte général, nous allons garder ces noms de code pour nos nombres.

Étudions alors les variations de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto a(x - b)^2 + c$

1. Nous avons déjà étudié ces variations sur des exemples. Nous avons « coupé » \mathbb{R} en deux, un nombre servant de « frontière »

Quel est ce nombre ?

2. Le monde des paraboles se sépare en deux grandes catégories bien distinguables « à l'œil nu » : qu'en pensez-vous ?

Quel nombre influe sur ce critère ?

Nous sommes maintenant prêts à bien organiser notre étude générale.

REMARQUE

XCAS donne la forme canonique d'un trinôme avec la commande `canonical_form`

```
canonical_form(2*x^2+5*x+2)
```

renvoie $2*(x+5/4)^2-9/8$