

Exercice 1

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= (2y+7)^2 + (y-1)^2 \\
 &= (2y)^2 + 2 \times 2y \times 7 + 7^2 + y^2 - 2 \times 1 \times y + 1^2 \\
 &= 4y^2 + 28y + 49 + y^2 - 2y + 1 \\
 &= 5y^2 + 26y + 50
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad B &= (1-x)(x+9) - (4x-1)(-6x+2) \quad \Delta \text{ au -} \\
 &= x+9 - x^2 - 9x - (-24x^2 + 8x + 6x - 2) \\
 &= x+9 - x^2 - 9x + 24x^2 - 8x - 6x + 2 \\
 &= 23x^2 - 22x + 11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad C &= (3x - \sqrt{5})^2 \\
 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 \\
 &= 9x^2 - 6x\sqrt{5} + 5
 \end{aligned}$$

Exercice 2

1-a (E): $75x^2 - 25x = 0$ (on voit un facteur commun: $25x$)

$$(E) \Leftrightarrow 25x(3x-1) = 0$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 0 \\ \text{ou} \\ 3x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = 1/3 \end{cases}$$

Solutions = $\left\{ 0, \frac{1}{3} \right\}$

1-b (F): $(x - \frac{1}{2})(-2x-3) + (7x-1)(x - \frac{1}{2}) = 0$ (facteur commun)

$$(F) \Leftrightarrow (x - \frac{1}{2}) \times (-2x-3 + 7x-1) = 0$$

$$(F) \Leftrightarrow (x - \frac{1}{2})(5x-4) = 0$$

$$(F) \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 0 \\ \text{ou} \\ 5x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$(F) \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ou} \\ x = 4/5 \end{cases} \text{ Solns = } \left\{ \frac{1}{2}, \frac{4}{5} \right\}$$

2-a $G = (3x-2)^2 - (x+8)^2$ (Cas de différence commun mais on reconnaît $A^2 - B^2$) (2)

$$G = \left(\underset{A}{(3x-2)} - \underset{B}{(x+8)} \right) \times \left(\underset{A}{(3x-2)} + \underset{B}{(x+8)} \right)$$

$$G = (2x-10) \times (4x+6)$$

2-b $G=0 \Leftrightarrow (2x-10)(4x+6)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-10=0 \\ \text{ou} \\ 4x+6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10/2 = 5 \\ \text{ou} \\ x = -6/4 = -3/2 \end{cases}$$

$$\text{Sols} = \left\{ -\frac{3}{2}; 5 \right\}$$

Exercice 3

1-a.	$c \leftarrow 25$	$D \leftarrow 81$	$S \leftarrow -14$
b.	$c \leftarrow 25$	$D \leftarrow 49$	$S \leftarrow -6$
c.	$c \leftarrow 49$	$D \leftarrow 1$	$S \leftarrow 12$

Remarque: $(-2+7)^2 = 5^2 = 25$!!!

2- on remarque que $S = axb$ dans les 3 cas

$$\begin{aligned} 3. \quad \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4} &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{4} \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{4} \\ &= \frac{4ab}{4} \\ &= ab \end{aligned}$$

Exercice 4

(3)

1. Le quadrilatère ABCD a ses deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ qui ont le même milieu S.
On en déduit que ABCD est un parallélogramme.

3-a Les 3 droites passent par un sommet et le milieu du côté opposé : ce sont donc les médianes du triangle DAC

3-b Le point E est l'intersection de deux médianes (KC) et (AL) : c'est donc le centre de gravité de DAC

3-c On en déduit que E est sur la 3^e médiane (DS) donc $(E) \in (DS)$. Or $(DS) = (DB)$ donc D, E, S et B sont alignés

4-b Considérons le triangle SFI

- S est le milieu de $[BD]$ donc $SB = \frac{1}{2} DB$

- F est le symétrique de D par rapport à B donc $BF = DB$. On en déduit que $SB = \frac{1}{2} BF$ et

$$\text{donc } \frac{SB}{BF} = \frac{1}{2}$$

- On montre de même que $\frac{SC}{GJ} = \frac{1}{2}$

- Alors d'après la réciproque du théorème de Thalès

puisque $\frac{SB}{BF} = \frac{SC}{GJ}$, on en déduit que $(BC) \parallel (FJ)$

Exercice 5

(4)

1. D'après le théorème de Pythagore dans ABC rectangle en A on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$36 + 64 = BC^2$$

$$100 = BC^2$$

$$\text{donc } \underline{BC = 10}$$

2. D'après le théorème de Thalès dans ABC sachant que $(MN) \parallel (AB)$:

$$\frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$$

$$\text{Or } CM = x, CA = 8, CB = 10$$

$$\text{donc } \frac{CN}{10} = \frac{x}{8} \Leftrightarrow \boxed{CN = \frac{5}{4}x}$$

$$\text{or } \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{CA} \text{ donc } \frac{MN}{6} = \frac{x}{8} \Leftrightarrow \boxed{MN = \frac{3}{4}x}$$

$$\underline{3-a} \quad P_{CMN} = x + \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x$$

$$= \frac{4+3+5}{4}x$$

$$= 3x$$

$$\underline{3-b} \quad P_{AMNB} = (8-x) + \frac{3}{4}x + \left(10 - \frac{5}{4}x\right) + 6$$

$$= 24 - \frac{3}{2}x$$

$$\underline{4-a} \quad P = P' \Leftrightarrow 3x = 24 - \frac{3}{2}x$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{3}{2}x = 24$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{2}x = 24$$

$$\Leftrightarrow x = 24 \times \frac{2}{9} = 8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\boxed{x = \frac{16}{3}}$$

$$\underline{4-b} \quad \frac{16}{3} = \frac{15}{3} + \frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} \approx \underline{5,33}$$

Exercice 6

(5)

$$1. x \xrightarrow{\text{soustraire 2}} (x-2) \xrightarrow{\text{élever au carré}} (x-2)^2 \xrightarrow{\times 3} 3(x-2)^2 + 4 \xrightarrow{+4} 3(x-2)^2 + 4$$

$$\begin{aligned} 2.a \quad f(\sqrt{2}) + f(-\sqrt{2}) &= 3(\sqrt{2}-2)^2 + 4 + 3(-\sqrt{2}-2)^2 + 4 \\ &= 3(2 - 4\sqrt{2} + 4) + 4 + 3(2 + 4\sqrt{2} + 4) + 4 \\ &= 18 - 12\sqrt{2} + 8 + 18 + 12\sqrt{2} \\ &= \underline{44} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.b \quad \frac{1}{-f\left(\frac{7}{5}\right)} &= \frac{1}{-\left(3\left(\frac{7}{5}-2\right)^2 + 4\right)} = \frac{1}{-3\left(-\frac{8}{5}\right)^2 - 4} = \frac{1}{-\frac{3 \cdot 64}{25} - 4} = \frac{1}{-\frac{192-100}{25}} \\ &= \frac{1}{-\frac{292}{25}} = \underline{\underline{-\frac{25}{292}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad f(x) = 1 &\Leftrightarrow 3(x-2)^2 + 4 = 1 \\ &\Leftrightarrow 3(x-2)^2 = -3 \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 = -1 \end{aligned}$$

or $(x-2)^2 \geq 0$ car un carré est forcément positif

Il ne peut donc jamais être égal à -1

$f(x) = 1$ n'admet donc aucune solution réelle