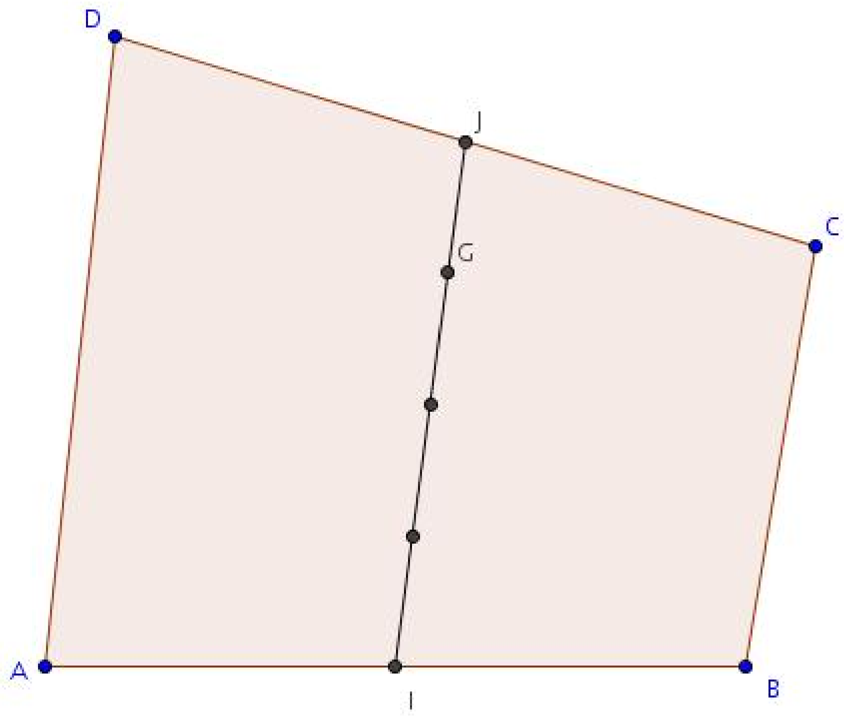
Exercice 1

$ABCD$ est un quadrilatère et G est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 1)$, $(C\ ;\ 3)$ et $(D\ ;\ 3)$.

Construire le point G. Expliquer.

Illustration



Exercice 2

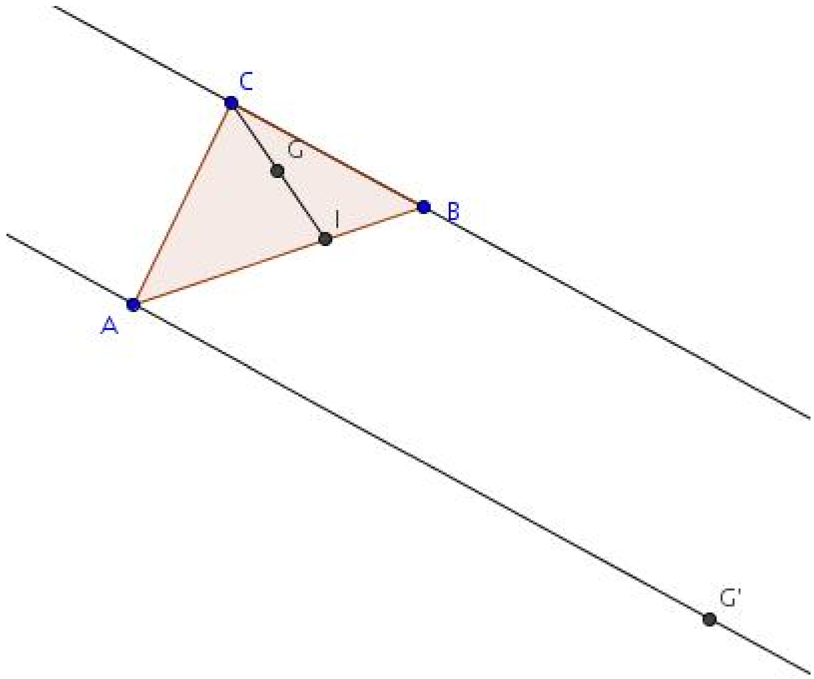
ABC est un triangle.

1) G est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 3)$. Construire le point G. Expliquer.

2) G' est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 3)$ et $(C\ ;\ -3)$. Construire le point G'. Expliquer.

3) Démontrer que (AG') est parallèle à (BC).

Illustration

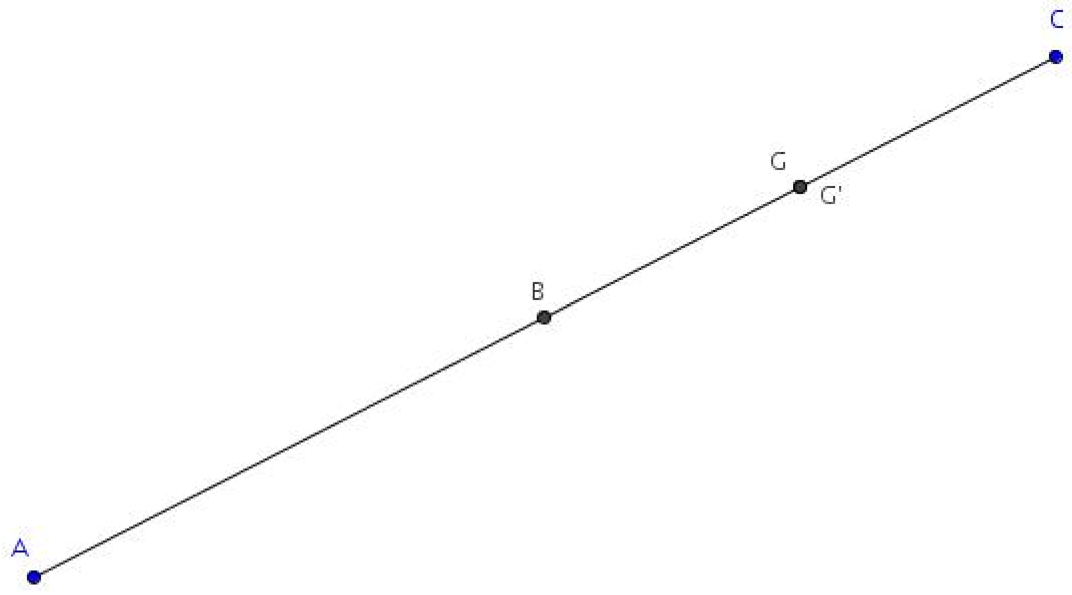


Exercice 3

B est le milieu de $[AC]$.

Démontrer que le barycentre de $(A\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 3)$ est confondu avec celui de $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 2)$.

Illustration

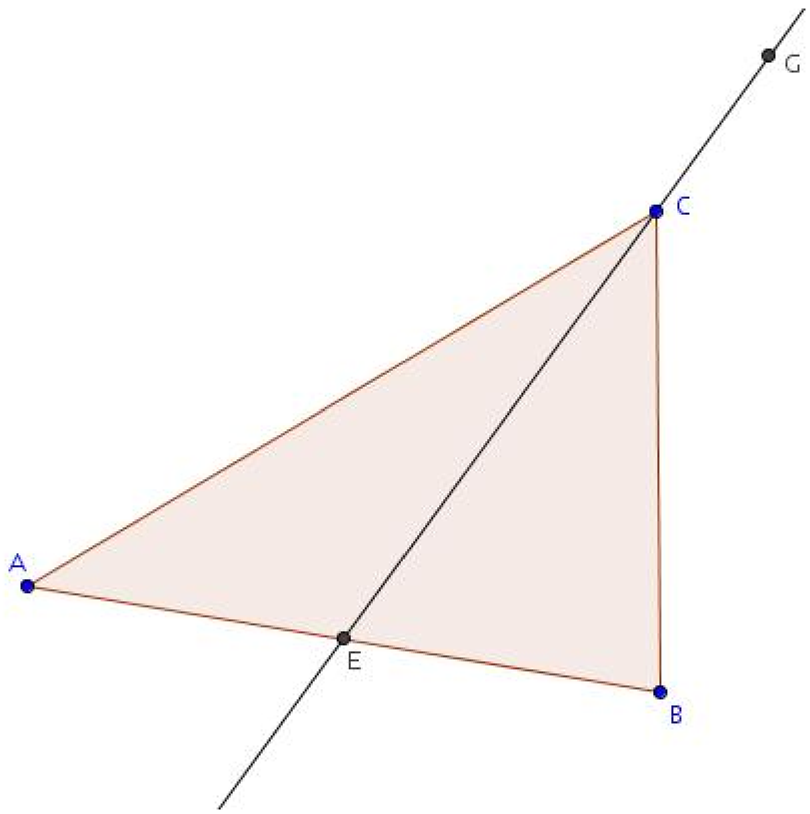


Exercice 4

Dans le triangle ABC, E est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $(A\ ;\ -2)$, $(B\ ;\ -2)$ et $(C\ ;\ 15)$.

Démontrer que G, C et E sont alignés.

Illustration



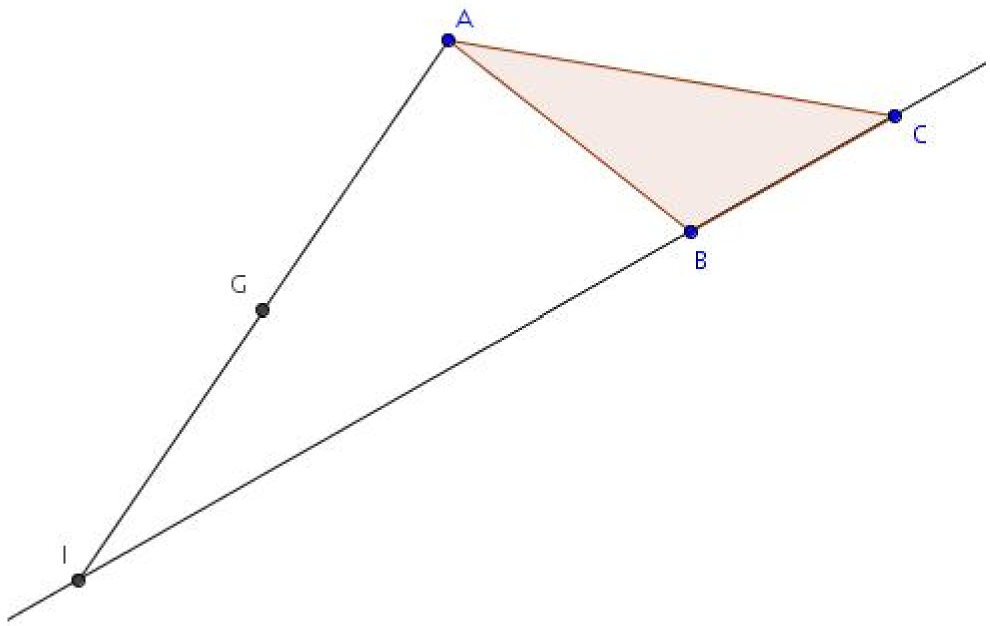
Exercice 5

On considère un triangle ABC et l'on désigne par G le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 4)$ et $(C\ ;\ -3)$.

1) Construire le barycentre I de $(B\ ;\ 4)$ et $(C\ ;\ -3)$.

2) Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \overrightarrow{0}$.
En déduire la position de G sur (AI).

Illustration



Exercice 6

ABC est un triangle. On note G le barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 1)$.

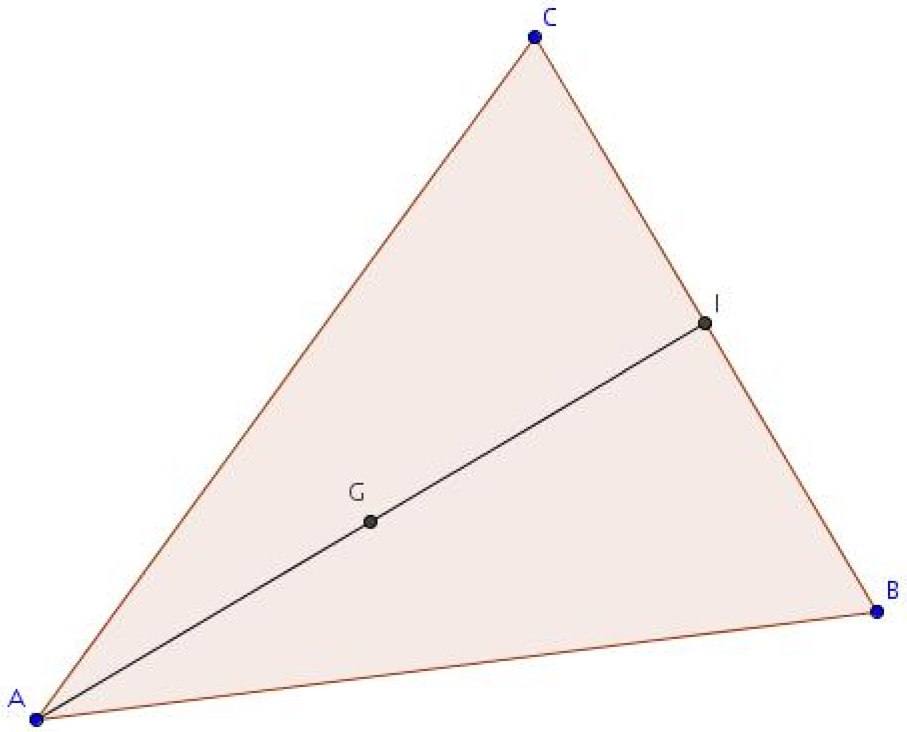
Le but de cet exercice est de déterminer la position précise du point G.

1) Soit I le milieu de $[BC]$. Montrer que $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

2) En déduire que G est le barycentre de A et I munis de coefficients que l'on précisera.

3) Conclure.

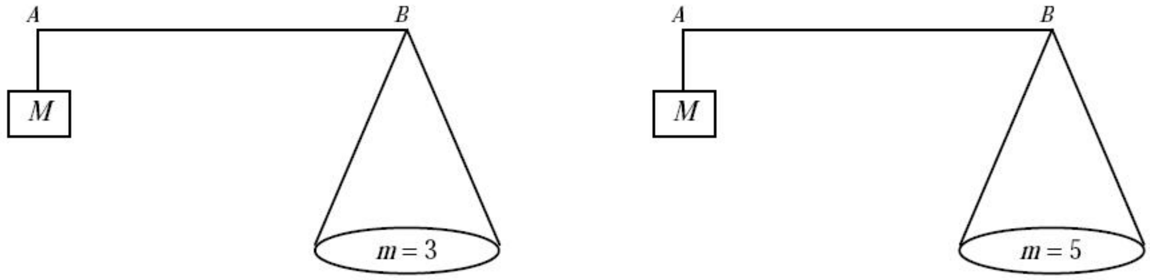
Illustration



Exercice 7

Une balance est constituée d'une masse M et d'un plateau fixé aux extrémités d'une tige. Pour peser une masse m, le vendeur place à une position précise un crochet sur la tige. Cette balance a l'avantage pour le commerçant de ne pas manipuler plusieurs masses.

1) Pour chacun des cas suivants, où faut-il fixer le crochet G sur le segment $[AB]$ pour réaliser l'équilibre ? $(M = 2\ kg)$



On pourra reproduire ces schémas à l'échelle de son choix.

2) Le point G est tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. Quelle est la masse m pesée ? $(M = 2\ kg)$

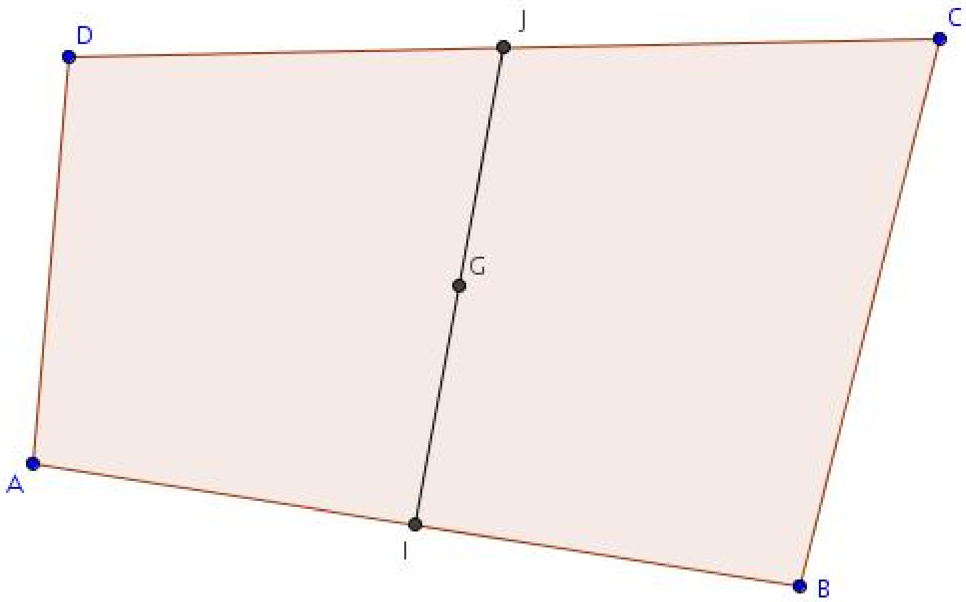
Exercice 8

$ABCD$ est un quadrilatère. On note G son isobarycentre. Le but de cet exercice est de préciser la position de G.

1) On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.
Montrer que G est le barycentre de I et J munis de coefficients que l'on précisera.

2) Conclure et faire une figure.

Illustration



Exercice 9

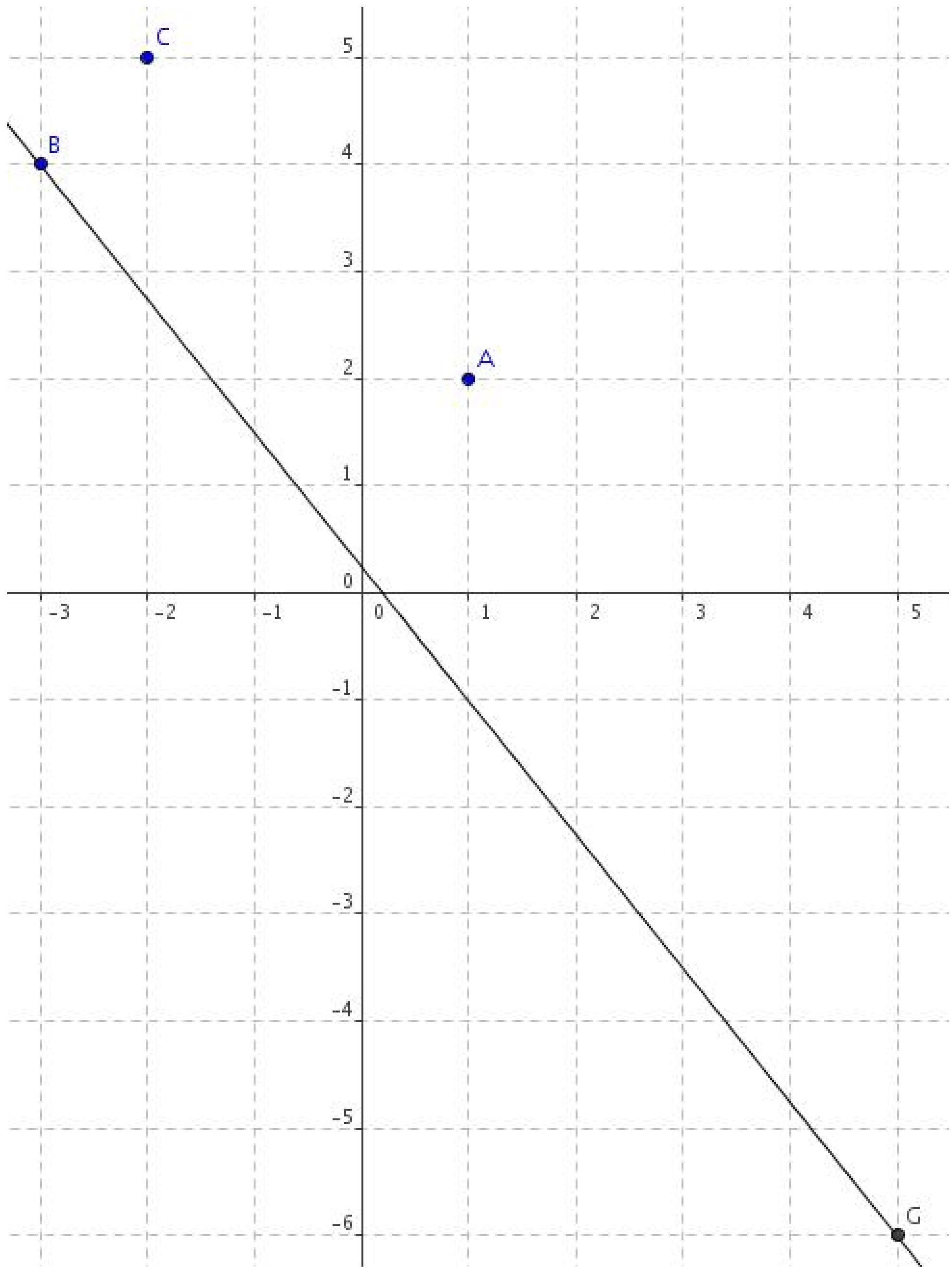
1) Placer dans un repère les points $A(1\ ;\ 2)$, $B(-3\ ;\ 4)$ et $C(-2\ ;\ 5)$.

Soit G le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 3)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ -4)$.

2) Quelles sont les coordonnées de G ? Placer G.

3) La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier.

Illustration



Exercice 10

Étant donné un triangle ABC et k un rél non nul donné, on définit les points D et E par les relations :

$$\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CA}.$$

1) Faire une figure illustrant ces données lorsque $k = \dfrac{1}{3}$, puis lorsque $k = -1$.

2) Démontrer que D est le barycentre de $(A\ ;\ 1-k)$ et $(B\ ;\ k)$.

3) Démontrer que E est le barycentre de $(C\ ;\ 1-k)$ et $(A\ ;\ k)$.

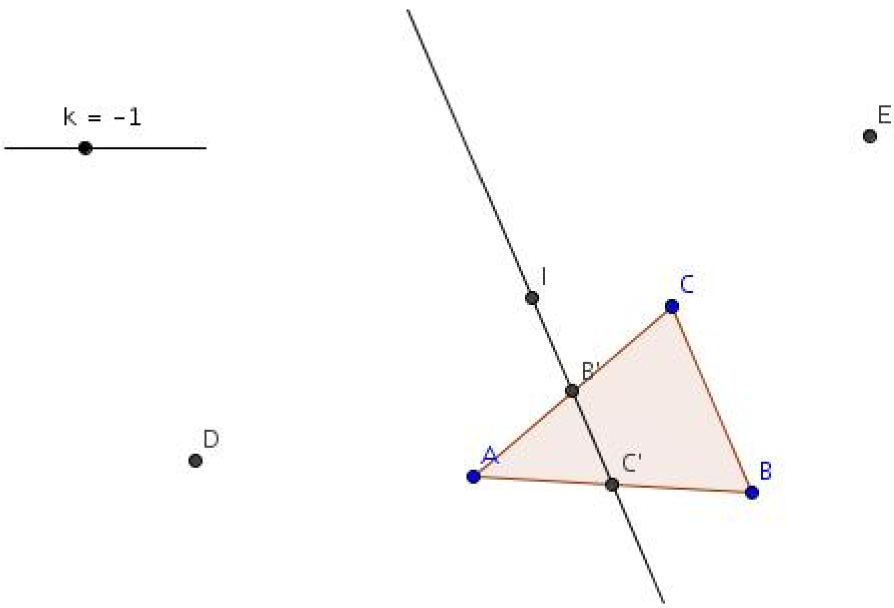
4) En déduire que pour tout point M du plan, on a :

$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + k\overrightarrow{CB} = 2\left(\overrightarrow{MB'} + k\overrightarrow{B'C'}\right)$$

où B' et C' sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$.

5) Soit I le milieu de $[DE]$. Déduire de la question précédente que I, B' et C' sont alignés.

Illustration

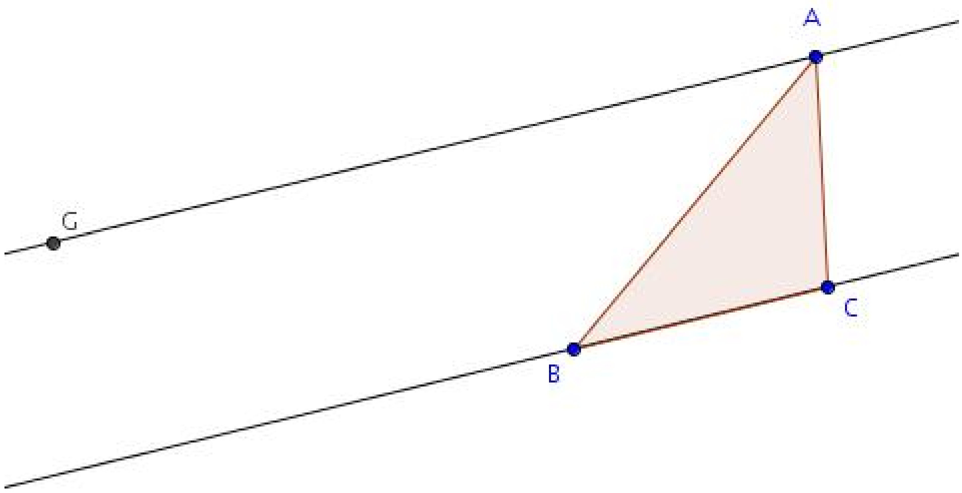


Exercice 11

ABC est un triangle. Soit G le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 3)$ et $(C\ ;\ -3)$.

Démontrer que les droites (AG) et (BC) sont parallèles.

Illustration



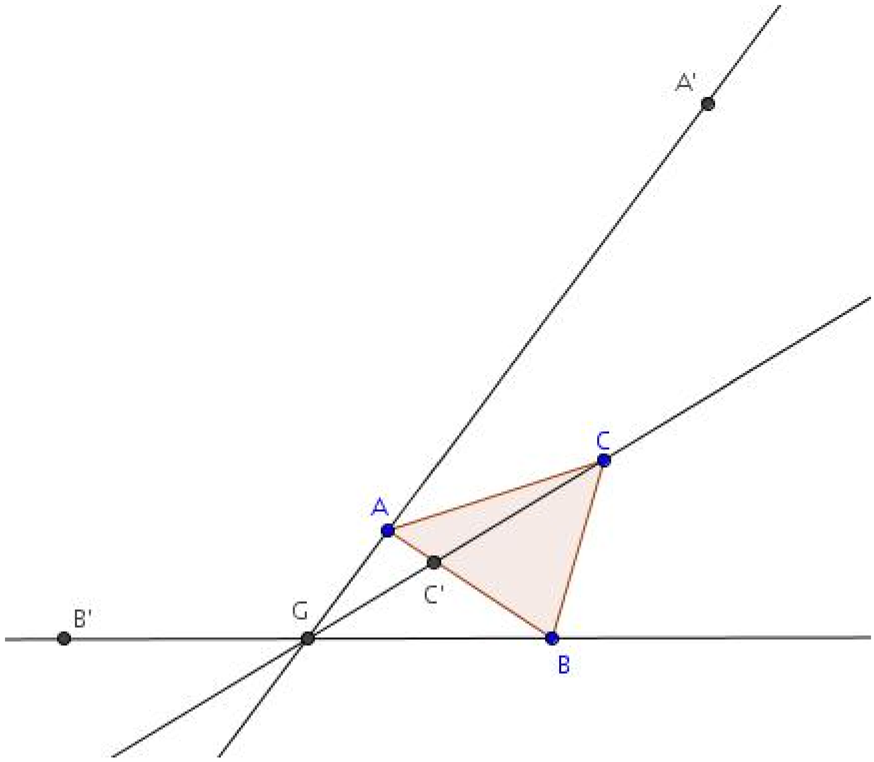
Exercice 12

ABC est un triangle. On considère le barycentre A' de $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ -3)$, le barycentre B' de $(A\ ;\ 5)$ et $(C\ ;\ -3)$ et le barycentre C' de $(A\ ;\ 5)$ et $(B\ ;\ 2)$.

Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes.

Indication : on pourra considérer le barycentre G de $(A\ ;\ 5)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ -3)$.

Illustration



Exercice 13

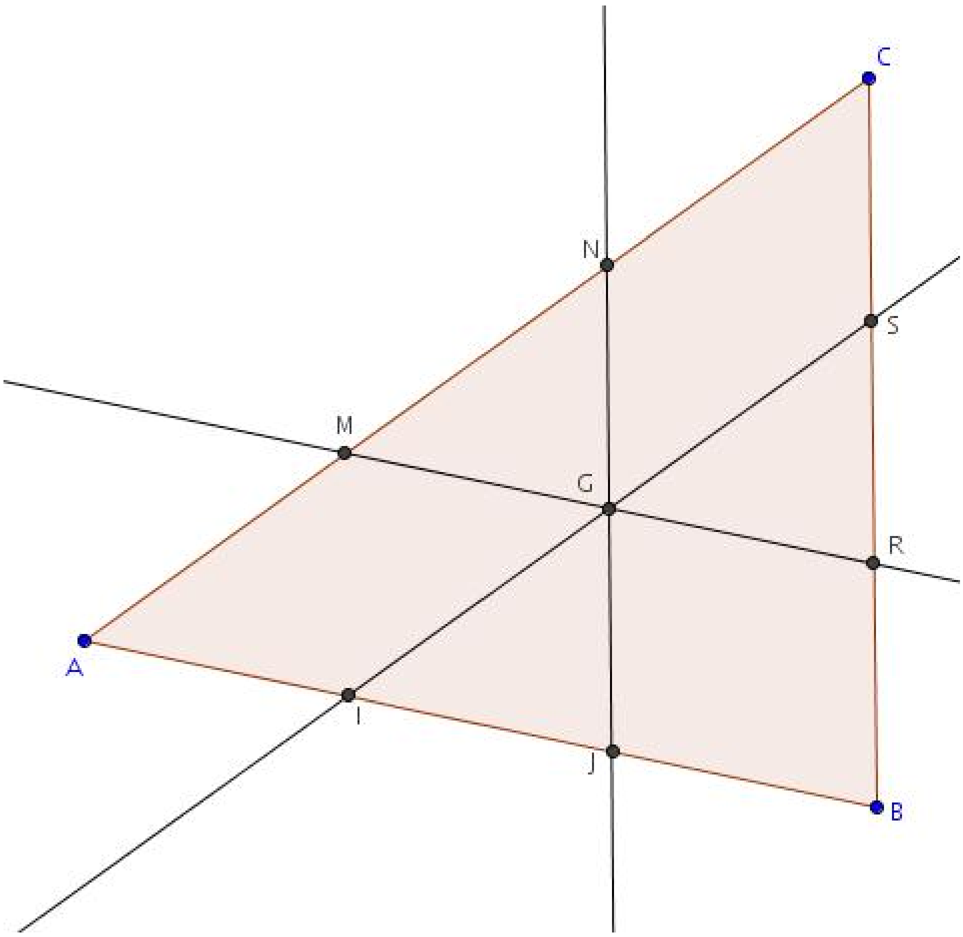
ABC est un triangle de centre de gravité G. On note I, J, M, N, R et S les points définis par :
$\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AN} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$;

$\overrightarrow{BR} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BS} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Démontrer que les droites (IS), (MR) et (NJ) sont concourantes en G.

Illustration



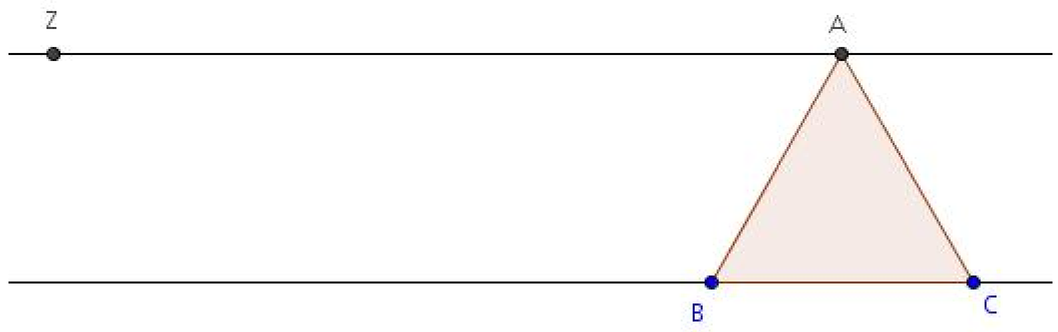
Exercice 14

Soit ABC un triangle équilatéral de côté $3\ cm$.

1) Placer, en justifiant, le barycentre Z de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 3)$ et $(C\ ;\ -3)$.

2) Montrer que les droites (AZ) et (BC) sont parallèles.

Illustration



Exercice 15

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 8\ cm$ et $BA = 5\ cm$. Soit I le milieu de $[BC]$.

1) Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et montrer que F est le barycentre des points A et B pondérés par des réels que l'on déterminera.

2) P étant un point du plan, réduire chacune des sommes suivantes :

$\frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$;

$-\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB}$;

$2\overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PA}$.

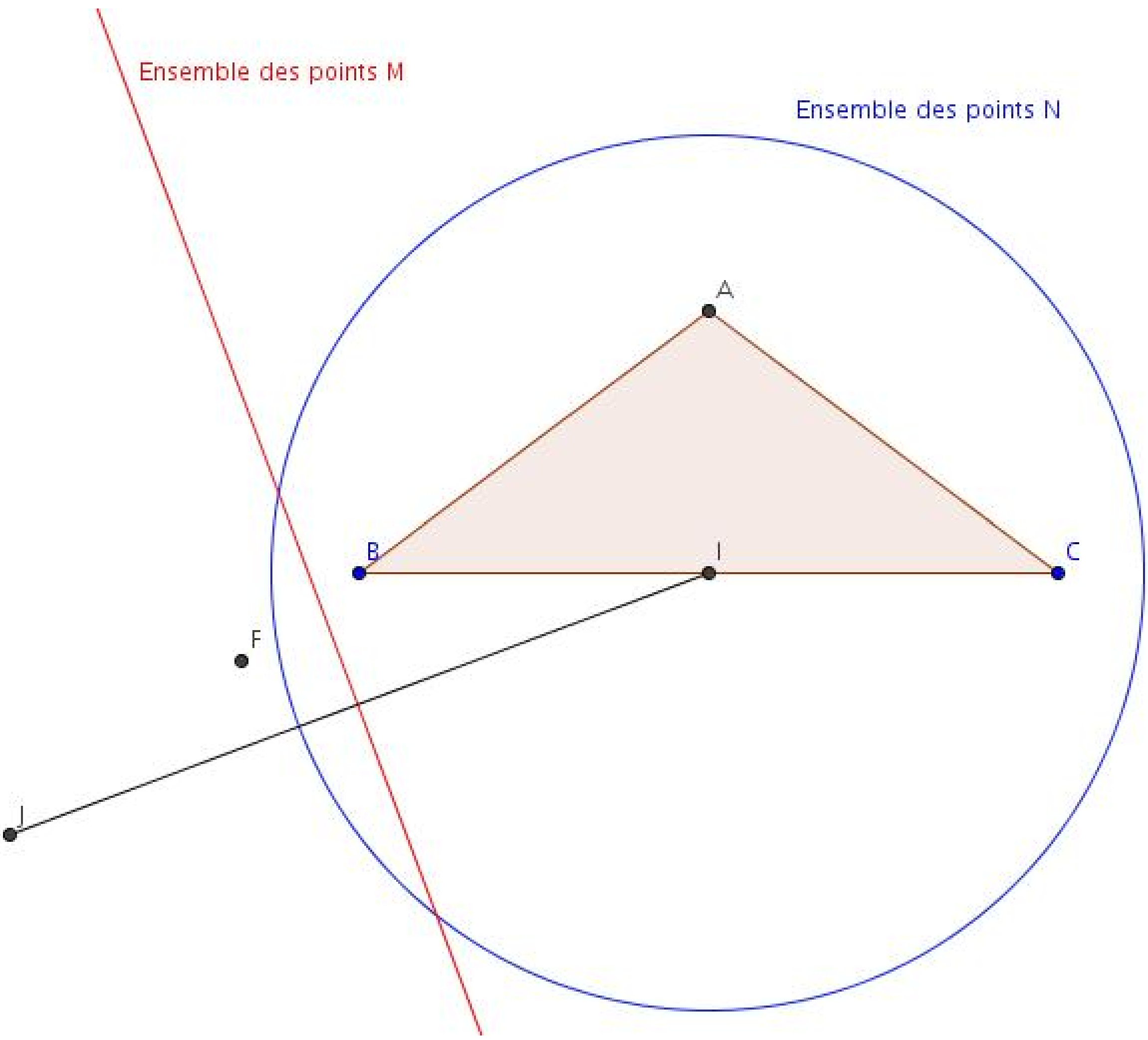
3) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\| \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right\|.$$

4) Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\| \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} \right\| = \left\| 2\overrightarrow{NB} - 2\overrightarrow{NA} \right\|.$$

Illustration



Exercice 16

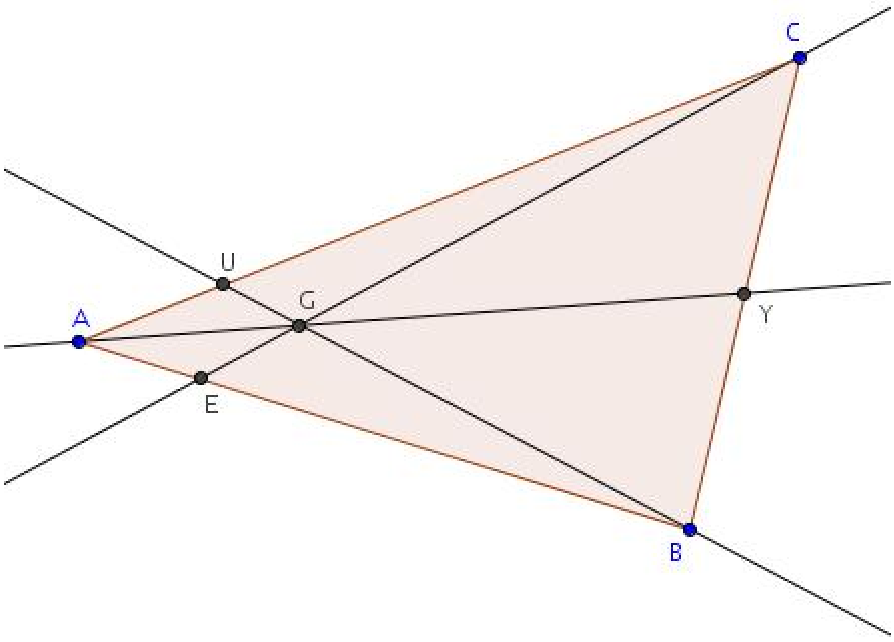
Soit ABC un triangle. Y est le milieu de $[BC]$.

1) Placer, en justifiant, le barycentre U de $(A\ ;\ 4)$ et $(C\ ;\ 1)$ puis placer le barycentre E de $(A\ ;\ 4)$ et $(B\ ;\ 1)$.

2) Soit G le barycentre de $(A\ ;\ 4)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 1)$. Montrer que G est aussi barycentre de $(E\ ;\ 5)$ et $(C\ ;\ 1)$.

3) Démontrer que les droites (EC), (AY) et (BU) sont concourantes.

Illustration



Exercice 17

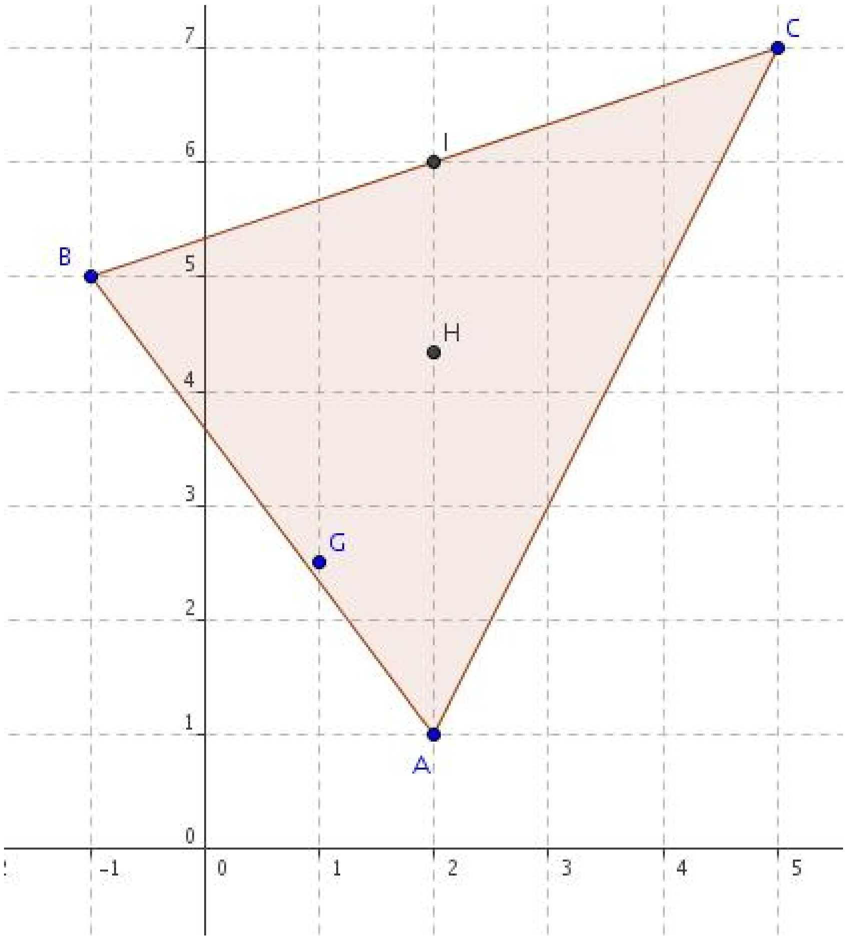
Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$, placer les points $A(2\ ;\ 1)$, $B(-1\ ;\ 5)$, $C(5\ ;\ 7)$ et $G(1\ ;\ \frac{5}{2})$.

1) Déterminer les coordonnés de l'isobarycentre I des points B et C.

2) Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABC.

3) Existe-t-il un réel k tel que G soit barycentre de $(A\ ;\ 1)$ et $(B\ ;\ k)$? Justifier.

Illustration



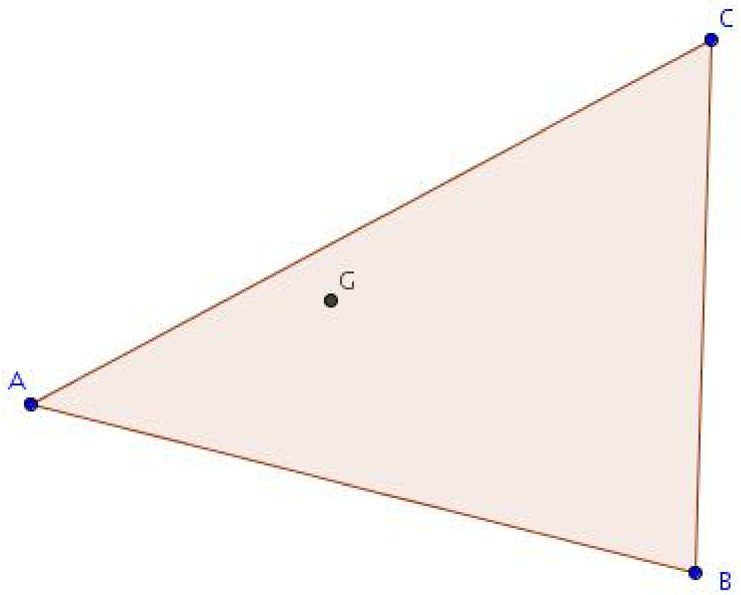
Exercice 18

Soit ABC un triangle et G un point vérifiant :

$$\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}.$$

Le point G est-il le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 5)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 3)$? Justifier.

Illustration



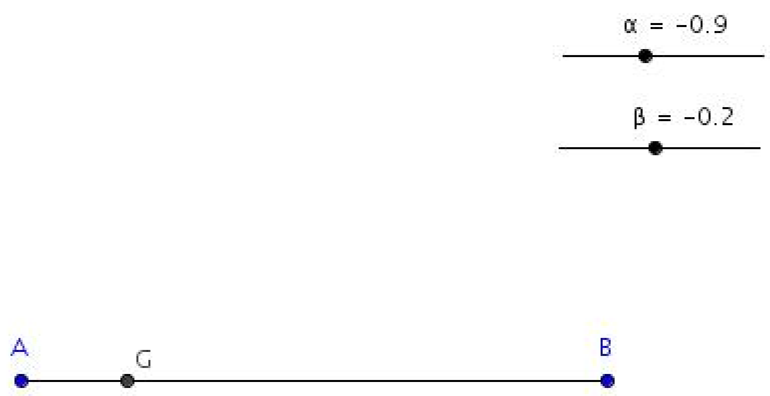
Exercice 19

Soient A et B deux points distincts et G le barycentre de $(A\ ;\ \alpha)$, $(B\ ;\ \beta)$ avec $\alpha+\beta\neq 0$.

Démontrer l'équivalence :

$$G\in[AB]\iff \alpha \text{ et } \beta \text{ sont de mêmes signes.}$$

Illustration



Exercice 20

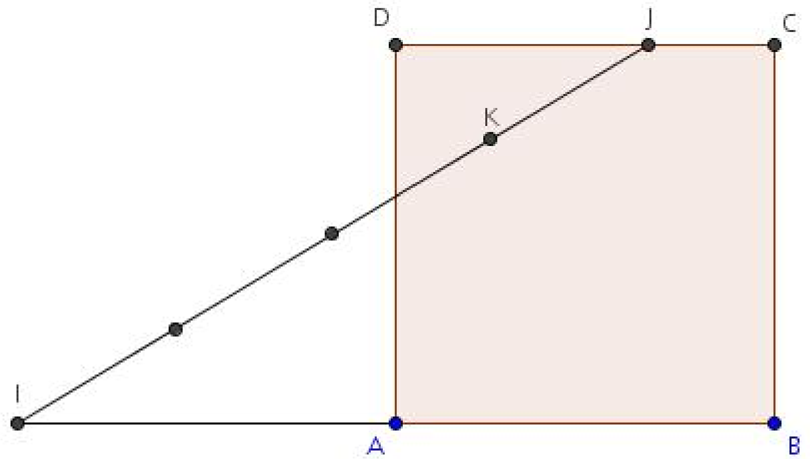
Soit $ABCD$ un carré et K le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ -1)$, $(C\ ;\ 2)$ et $(D\ ;\ 1)$.
On note I le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ 2)$ et $(B\ ;\ -1)$, et J celui de $(C\ ;\ 2)$et $(D\ ;\ 1)$.

1) Placer I et J en justifiant.

2) Réduire l'écriture des vecteurs suivants :
$2\overrightarrow{KA} - \overrightarrow{KB}$ et $2\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD}$.
En déduire que K est le barycentre de $(I\ ;\ 1)$ et $(J\ ;\ 3)$.

3) Placer K en justifiant.

Illustration

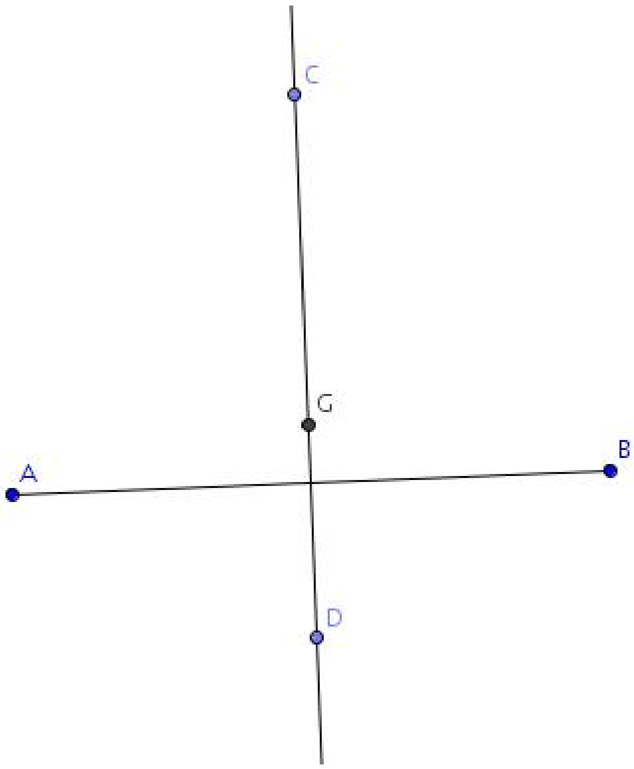


Exercice 21

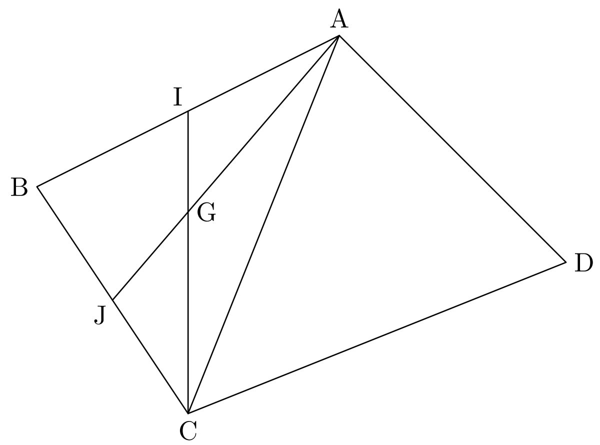
On considère un segment $[AB]$ de médiatrice (d).
Soient C et D deux points de (d) et G l'isobarycentre de A, B, C et D.

Démontrer que G est sur (d).

Illustration



Exercice 22



$ABCD$ est un quadrilatère. G est le centre de gravité du triangle ABC.

I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.
L est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$ et K celui de $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$.
Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK), (JL) et (DG) sont concourantes.
Pour cela, on utilisera le point H barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 1)$, $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 3)$.

1) Placer, en justifiant, les points L et K.

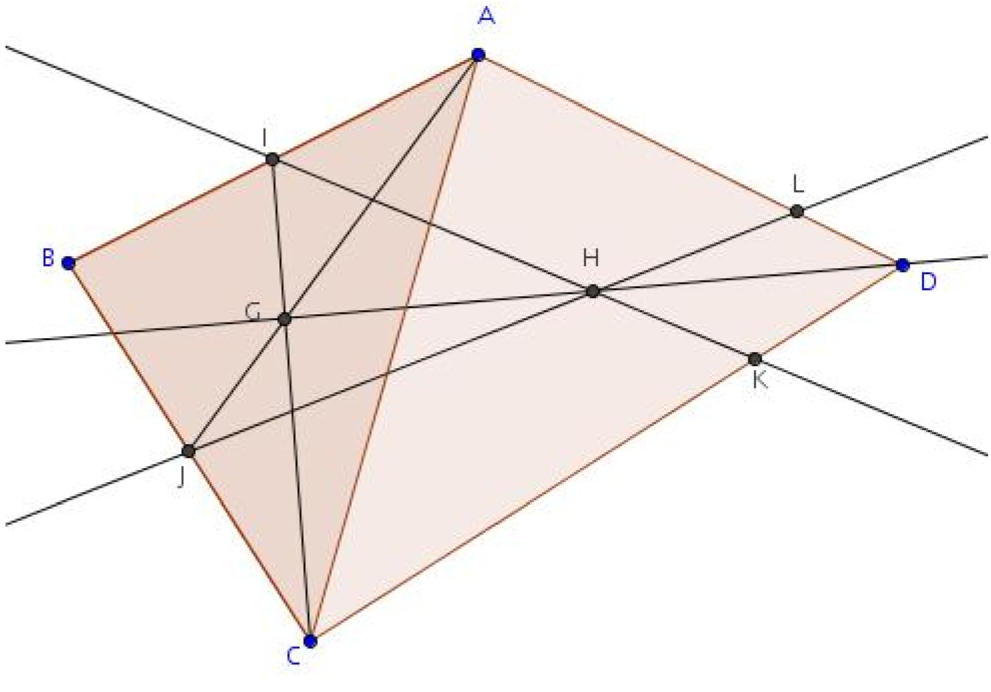
2) Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera.

3) Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera.

4) Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.

5) Conclure.

Illustration



Exercice 23

$ABCDE$ est une pyramide à base carrée $BCDE$.
Soit G l'isobarycentre de A, B, C, D et E.
On note O le centre du carré $BCDE$, c'est-à-dire l'intersection des diagonales(CE) et (BD).

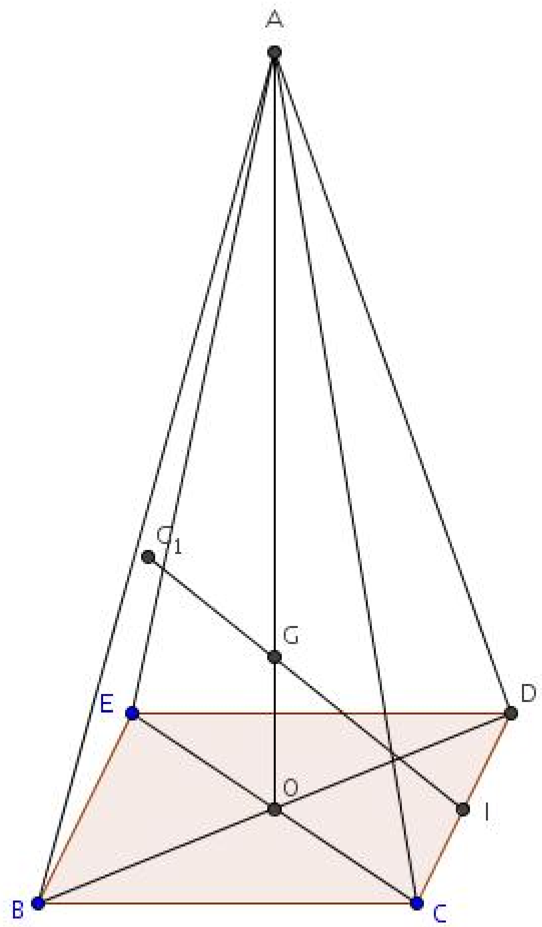
1) Démontrer que O est l'isobarycentre de $BCDE$.

2) Démontrer que G est le barycentre de $(O\ ;\ 4)$ et $(A\ ;\ 1)$.

3) Soit G_1 le centre de gravité du triangle ABE et I le milieu de $[CD]$. Démontrer que G est sur (G_1I).

Pour cet exercice, une figure est recommandée.

Illustration



Exercice 24

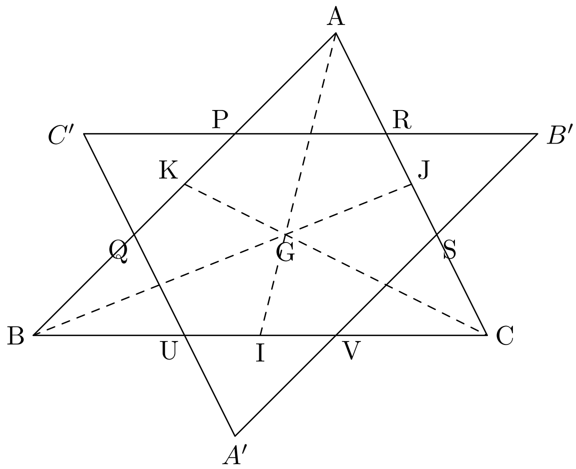
ABC est un triangle de centre de gravité G.
On note I, J et K les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
On définit les points P, Q, R, S, U et V par :

$\overrightarrow{AP} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{AR} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AS} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$;

$\overrightarrow{BU} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BV} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

On note : $A' = (QU) \cap (SV)$; $B' = (SV) \cap (RP)$; $A' = (RP) \cap (QU)$.

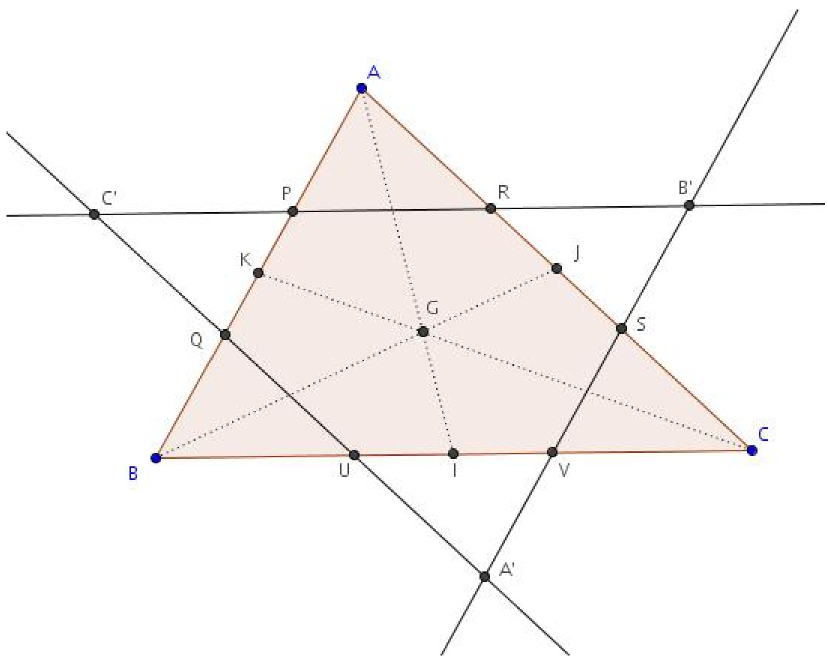


1) Démontrer que $AQA'S$ est un parallélogramme.

2) En déduire que $\overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AG}$, puis que G est le milieu de $[AA']$.

3) On démontre, de même, que G est le milieu de $[BB']$ et de $[CC']$. Démontrer que G est le centre de gravité du triangle $A'B'C'$

Illustration



Exercice 25

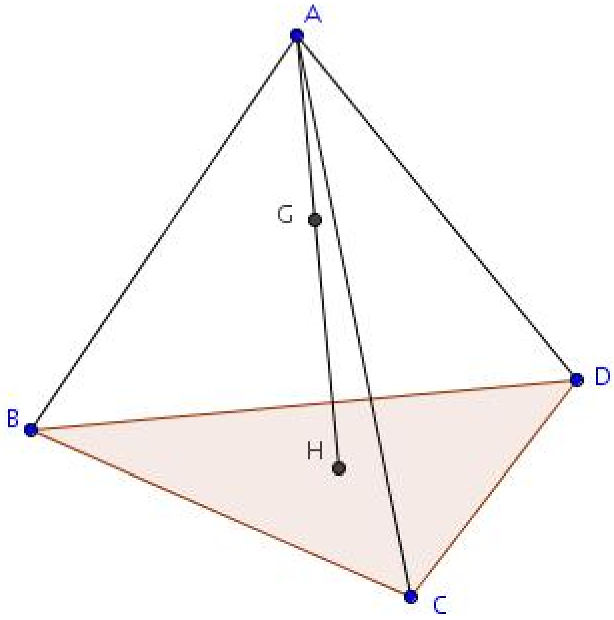
$ABCD$ est un tétraèdre et G est le barycentre de $(A\ ;\ 4)$, $(B\ ;\ 1)$, $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 1)$.
On note H le centre de gravité du triangle BCD, c'est-à-dire l'isobarycentre de B, C et D.

1) Démontrer que G est le barycentre de $(H\ ;\ 3)$ et $(A\ ;\ 4)$.

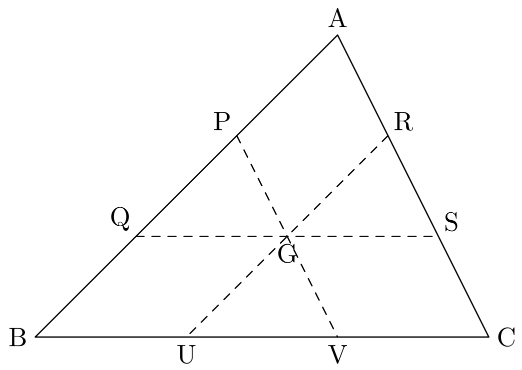
2) Situer le point G sur la droite (AH).

Pour cette figure, une figure est recommandée.

Illustration



Exercice 26



ABC est un triangle de centre de gravité G.
On définit les points P, Q, R, S, U et V par :
$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$;

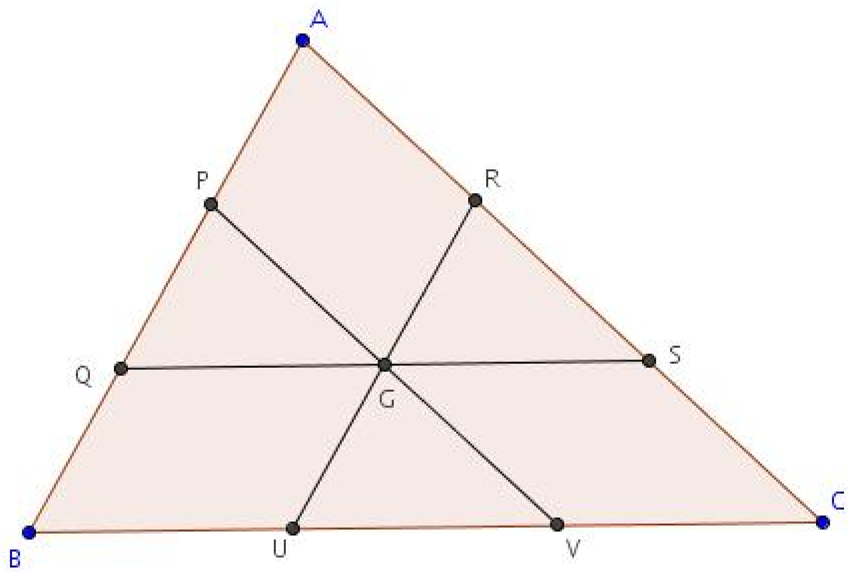
$\overrightarrow{BU} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BV} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

1) Démontrer que P est le barycentre de $(A\ ;\ 2)$ et $(B\ ;\ 1)$ et que V est le barycentre de $(C\ ;\ 2)$ et $(B\ ;\ 1)$.

2) En déduire que G est le milieu de $[PV]$.

3) On démontre, de même, que G est le milieu de $[RU]$ et de $[SQ]$ (inutile de refaire les calculs). Démontrer que $RPUV$ est un parallélogramme.

Illustration



Exercice 27

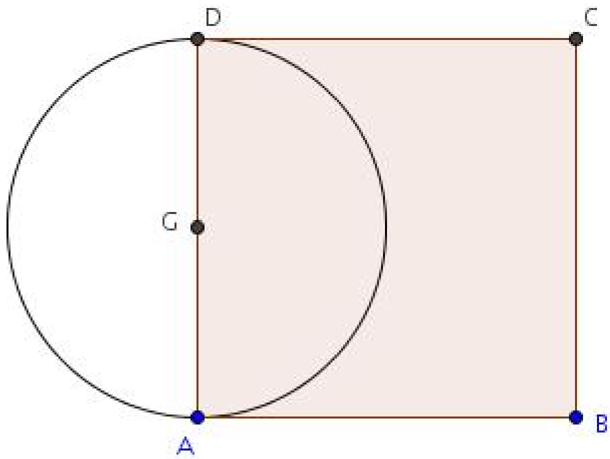
$ABCD$ est un carré.

1) Quel est l'ensemble E des points M du plan tels que

$$\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = AB\,?$$

2) Représenter cet ensemble E.

Illustration



Exercice 28

ABC est un triangle . On définit les points I, J et K par :

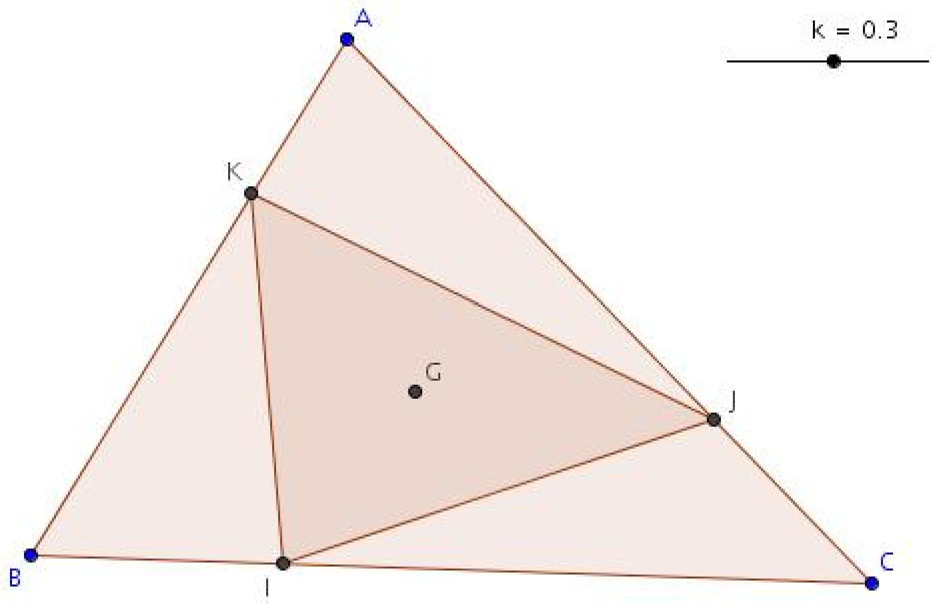
$$\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC} \qquad \overrightarrow{CJ} = k\overrightarrow{CA} \qquad \overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB} \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

On note G l'isobarycentre de A, B et C.

1) Faire une figure dans le cas $k = \dfrac{1}{3}$.

2) Démontrer que G est l'isobarycentre de I, J et K.

Illustration



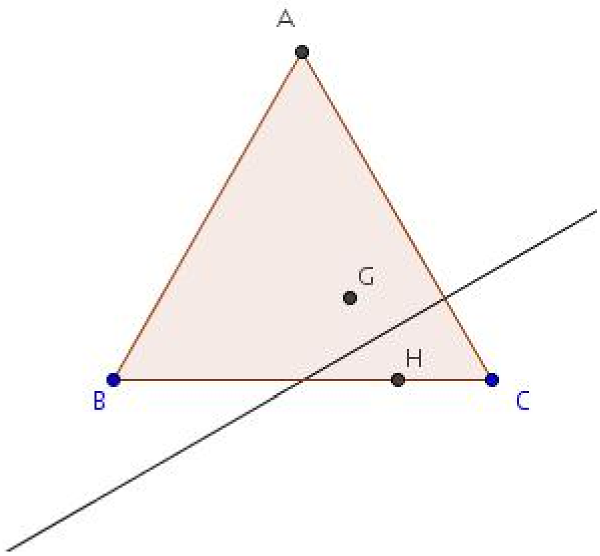
Exercice 29

ABC est un triangle équilatéral de côté $4\ cm$.

Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|.$$

Illustration



Exercice 30

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$.
Soient les points $A(4\ ;\ -1)$, $B(3\ ;\ 3)$ et $C(-2\ ;\ 1)$.

1) **a)** Soit $M(x\ ;\ y)$. Calculer en fonction de x et y les coordonnées du vecteur $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$, puis celles du vecteur $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}$.

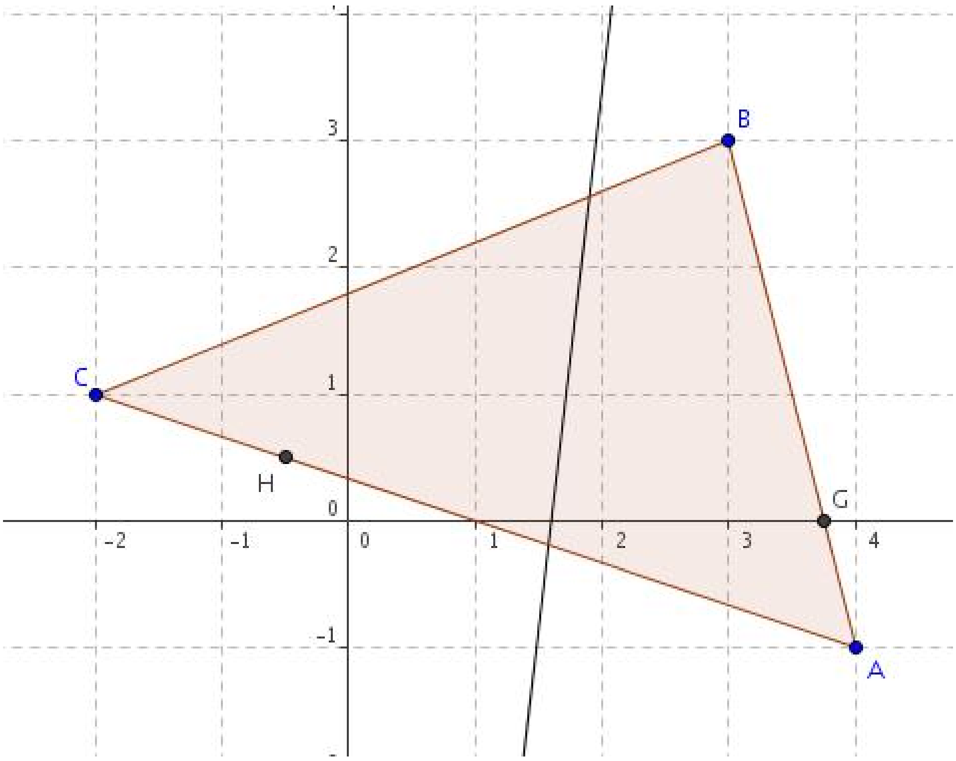
b) En déduire une équation de l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points M du plan tels que :

$$\left\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}\right\|.$$

c) Quelle est la nature de cet ensemble ?

2) Reprendre la question précédente par une méthode géométrique, en utilisant le barycentre G de $(A\ ;\ 3)$ et $(B\ ;\ 1)$ ainsi que le barycentre H des points $(A\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 3)$.

Illustration

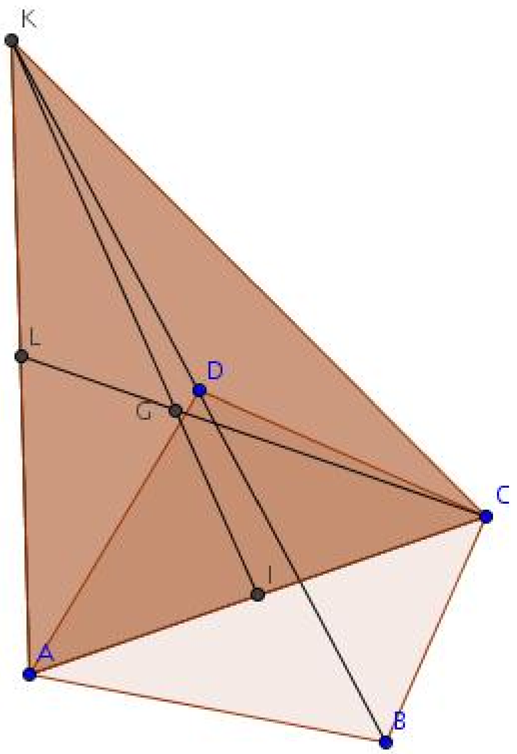


Exercice 31

1) Placer deux points distincts A et B et le barycentre G des points $(A\ ;\ 1)$ et $(B\ ;\ 2)$. Justifier brièvement par une formule du cours.

2) Placer quatre points distincts A, B, C et D. Construire le point G barycentre des points $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ -1)$, $(C\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ 2)$. Expliquer brièvement votre procédé.

Illustration



Exercice 32

Soient A, B et C trois points distincts.

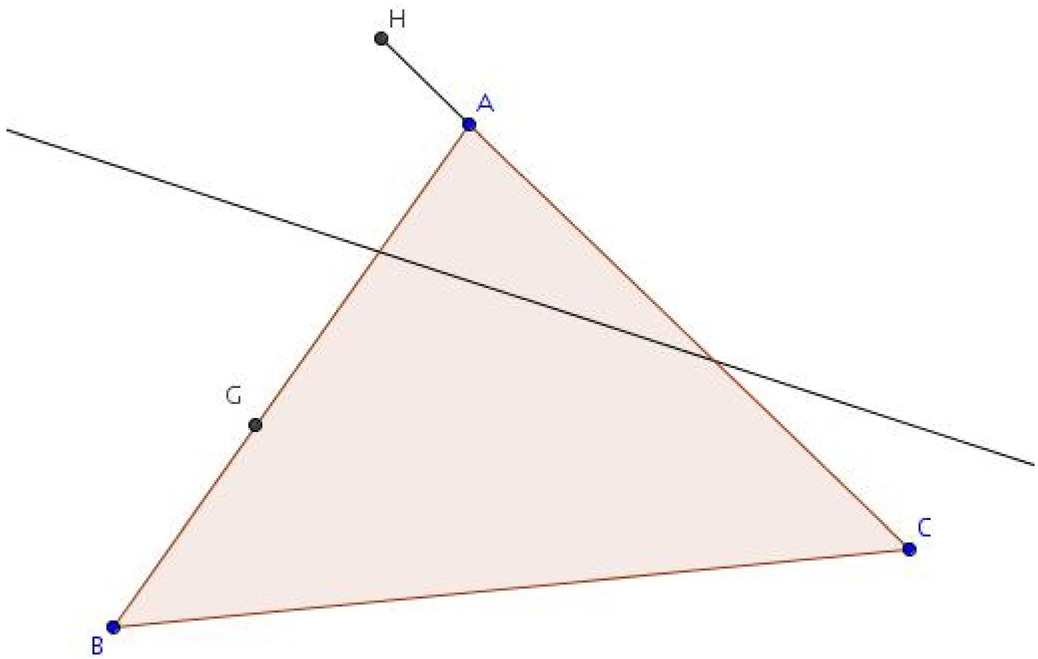
1) Placer le point M tel que :

$$2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AC}$$

2) Déterminer et représenter l'ensemble des points M tels que :

$$\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|6\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\|$$

Illustration



Exercice 33

A, B et C sont 3 points non alignés que vous disposerez à votre guise sur une figure.

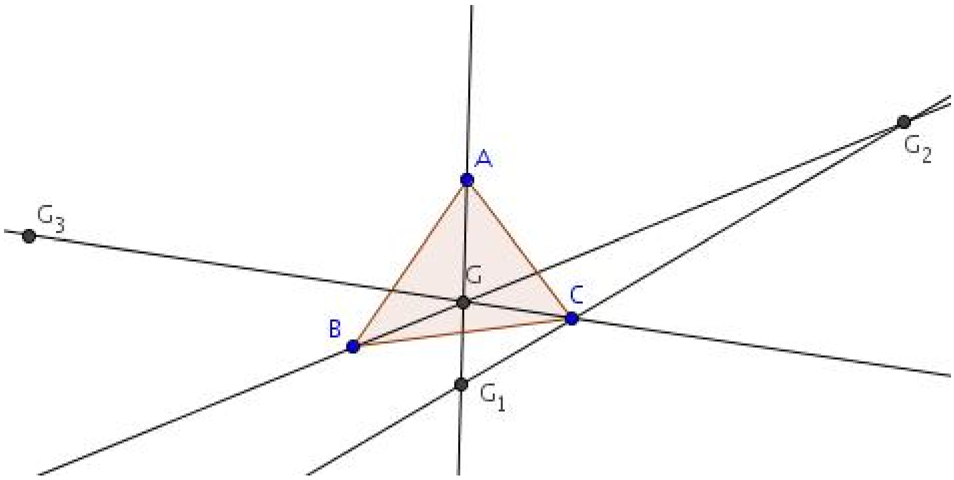
1) Construire soigneusement les barycentres suivants :
- G barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 2)$;
- G_1 barycentre de $(A\ ;\ -1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 2)$;
- G_2 barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ -2)$ et $(C\ ;\ 2)$;
- G_3 barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ -2)$.

2) Montrer que G_1, G_2 et C sont alignés.

3) Montrer que $G \in (AG_1)$.

4) En se servant du résultat précédent et en s'en inspirant, montrer que les droites (AG_1), (BG_2) et (CG_3) sont concourantes.

Illustration



Exercice 34

Déterminer les coefficients a, b et c pour que G soit le barycentre des points $(A\ ;\ a)$, $(B\ ;\ b)$ et $(C\ ;\ c)$.

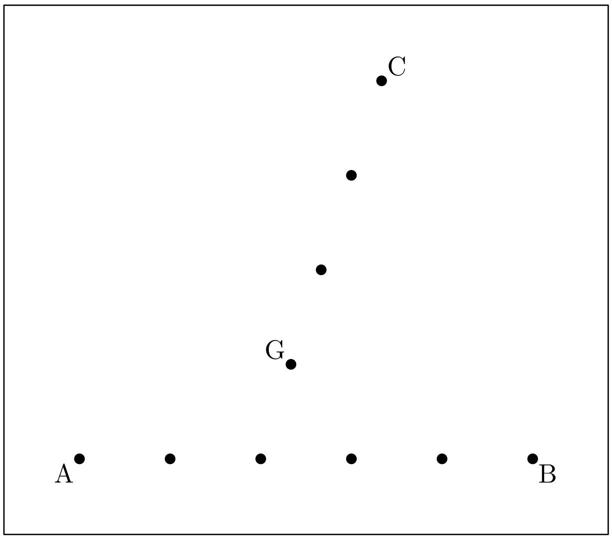


Figure 1

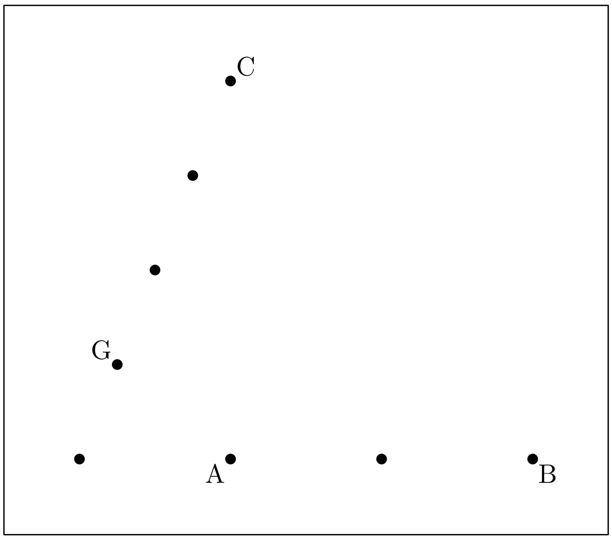
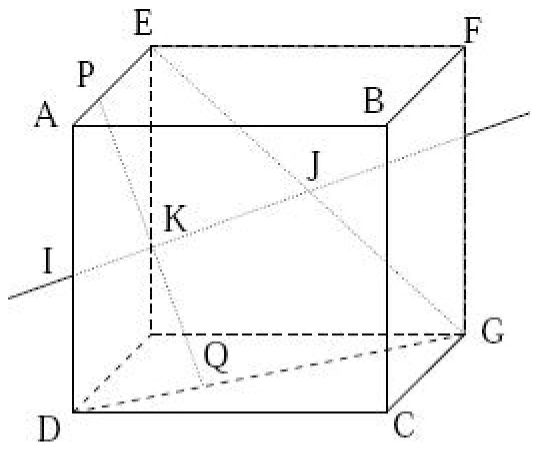


Figure 2

Exercice 35



$ABCDEFGH$ est un cube.
On a $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

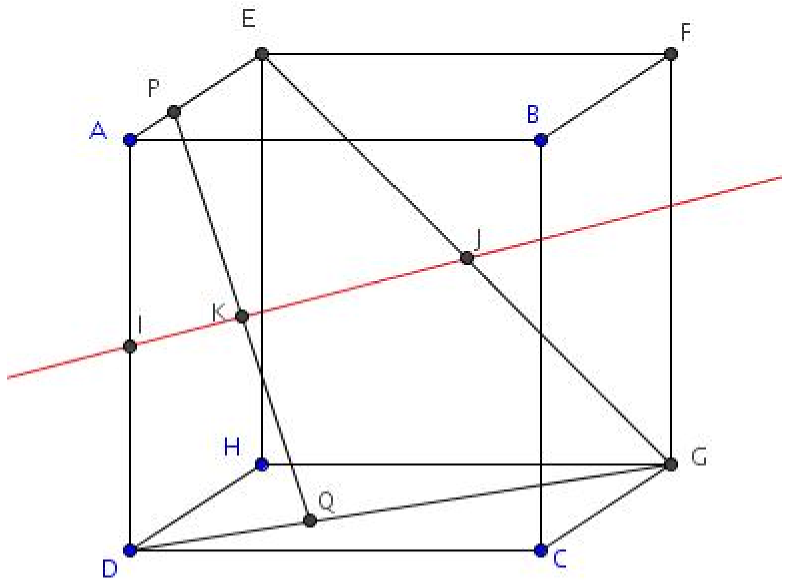
I est le milieu de $[AD]$.
J est le milieu de $[EG]$.
K est le milieu de $[PQ]$.

1) Montrer que P est le barycentre de A et E avec des coefficients que l'on déterminera.

2) Montrer que Q est le barycentre de D et G avec des coefficients que l'on déterminera.

3) Montrer que K est le barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(D\ ;\ 2)$, $(E\ ;\ 1)$ et $(G\ ;\ 1)$.
En déduire que les points I, J et K sont alignés.

Illustration



Exercice 36

On considère un triangle ABC vérifiant : $AC = 6\ cm$, $BA = 5\ cm$ et $BC = 4\ cm$.
G est le barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ -1)$.
H est le barycentre de $(A\ ;\ -3)$ et $(C\ ;\ 1)$.

1) Question de cours : démontrer, en n'utilisant que la définition du barycentre que le point H appartient à la droite (AC).

2) Construire un triangle ABC ainsi que les points G et H.

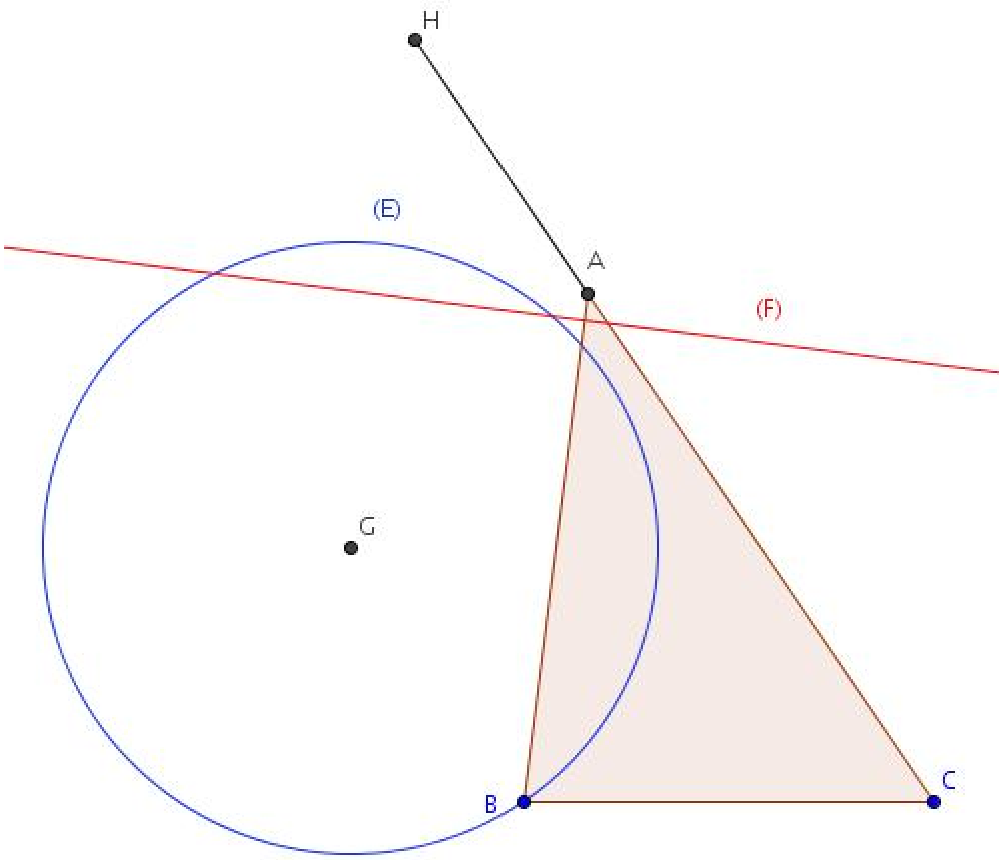
3) Déterminer et construire l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points M tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{AC}\right\|$$

4) Déterminer et construire l'ensemble $(\mathcal{F})$ des points N tels que :

$$\left\|\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NC}\right\| = \left\|-3\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC}\right\|$$

Illustration



Exercice 37

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque.
I est le milieu de $[AC]$ et J celui de $[BD]$.
On définit le point K par $\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$.
L est le barycentre de $(D\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 1)$.
M est le milieu de $[KL]$.

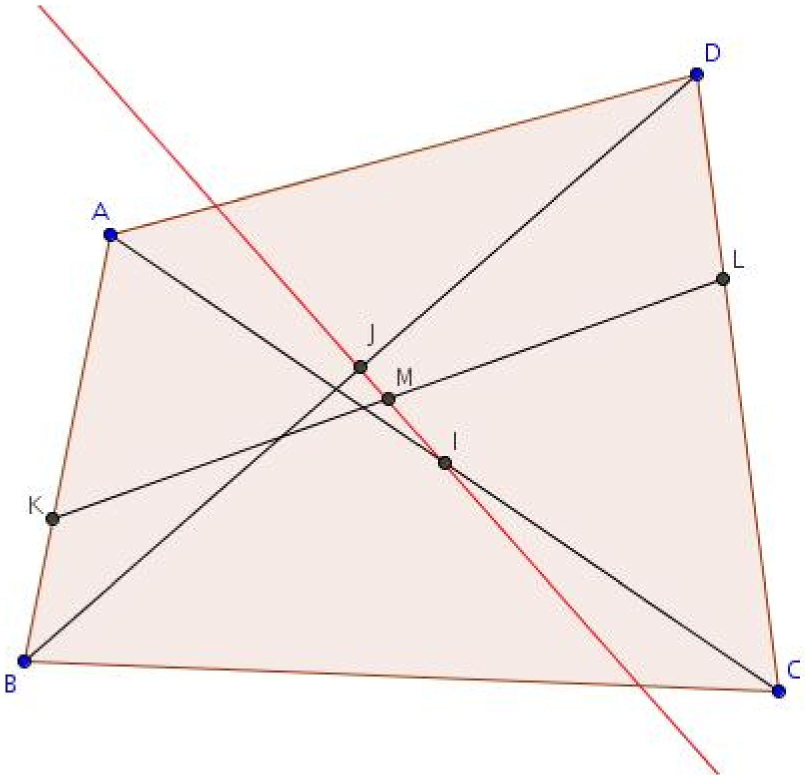
1) Faire une figure.

2) Montrer que K est le barycentre de A et B avec des coefficients que l'on déterminera.

3) Montrer que M est le barycentre de A, B, C et BD avec des coefficients que l'on déterminera.

4) En déduire que les points J, M et I sont alignés.

Illustration



Exercice 38

ABC est un triangle. On considère les points I, J et K tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
J est le milieu de $[AC]$.
$\overrightarrow{BK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1) Faire une figure.

2) On se propose de démontrer que les points I, J et K sont alignés.

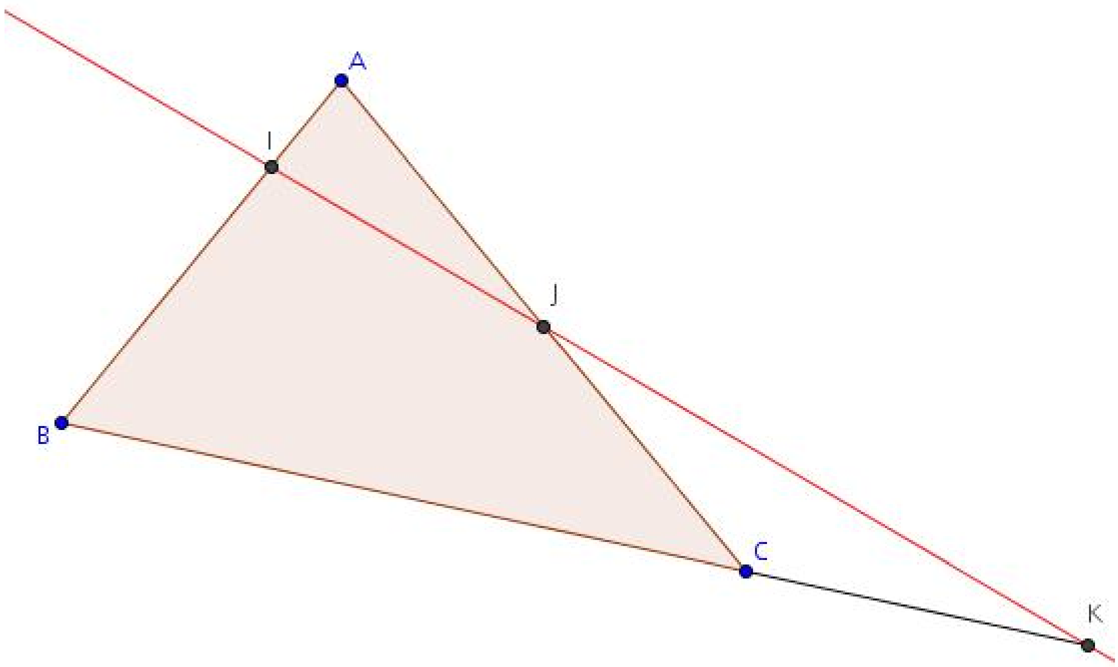
a) Justifier les affirmations suivantes :
- J est l'isobarycentre de A et C ;
- A est le barycentre de $(B\ ;\ -1)$ et $(I\ ;\ 4)$;
- C est le barycentre de $(B\ ;\ 1)$ et $(K\ ;\ 2)$.

b) En utilisant la propriété de réduction des barycentres, montrer que $-\overrightarrow{JB} + 4\overrightarrow{JI} = 3\overrightarrow{JA}$.

c) De même, montrer que $\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JK} = 3\overrightarrow{JC}$.

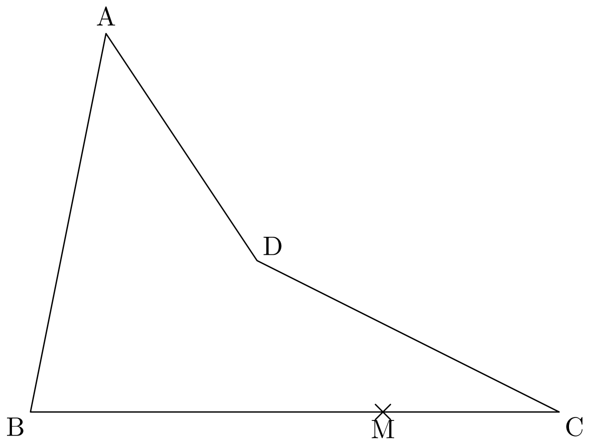
d) En déduire que J est le barycentre de $(I\ ;\ 4)$ et $(K\ ;\ 2)$.
Conclure.

Illustration



Exercice 39

Soit $ABCD$ un quadrilatère. On note M le point tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



1) Exprimer le point M comme barycentre des points B et C affectés de coefficients positifs.

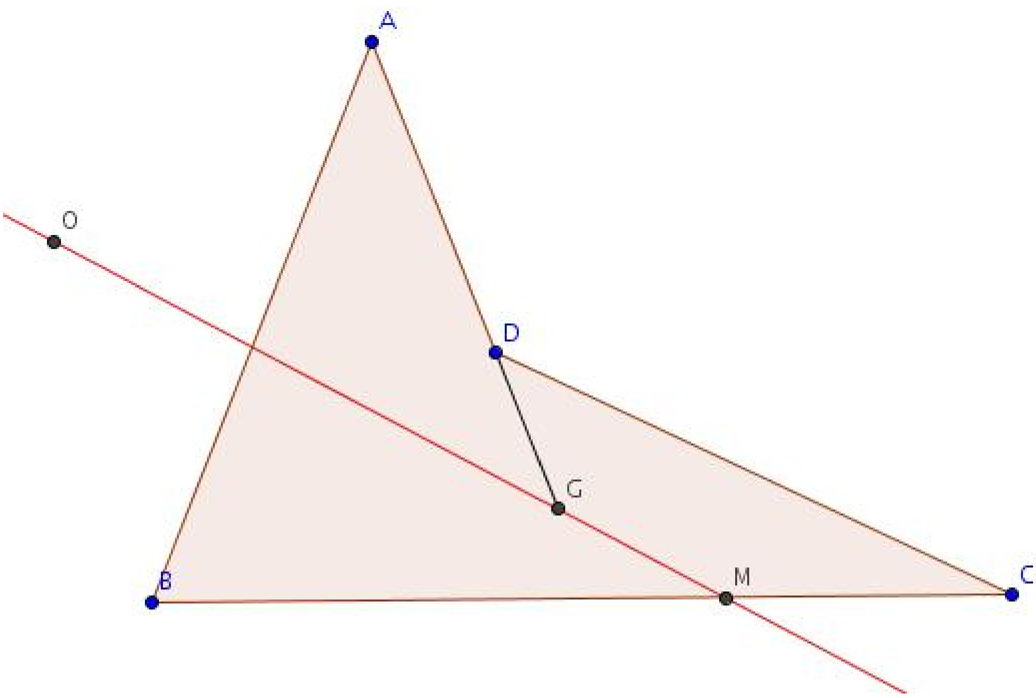
2) On note G le barycentre de $(A\ ;\ 1)$ et $(D\ ;\ -3)$. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AD}$. Sur le dessin ci-dessus, placer le point G.

3) On note O le barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 1)$, $(C\ ;\ 2)$ et $(D\ ;\ -6)$.

a) Sur le dessin ci-dessus, construire le point O.

b) Montrer que le point O est un point de la droite (GM).

Illustration



Exercice 40

On donne trois points non alignés A, B et C du plan.
I est le milieu de $[BC]$.
On note G_k le barycentre de $(A\ ;\ k)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 1)$ où k décrit $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

1) Déterminer et construire les points G_{-1}, G_0 et G_1.

2) Montrer que G_k est barycentre de A et I avec des coefficients que l'on déterminera.
En déduire l'expression de $\overrightarrow{AG_k}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$.

3) Déterminer l'ensemble des points G_k lorsque k décrit $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

4) $(\mathcal{C})$ est l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = AB.$$

a) Montrer que C appartient à $(\mathcal{C})$.

b) Montrer que $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre G_{-1}. Le construire.

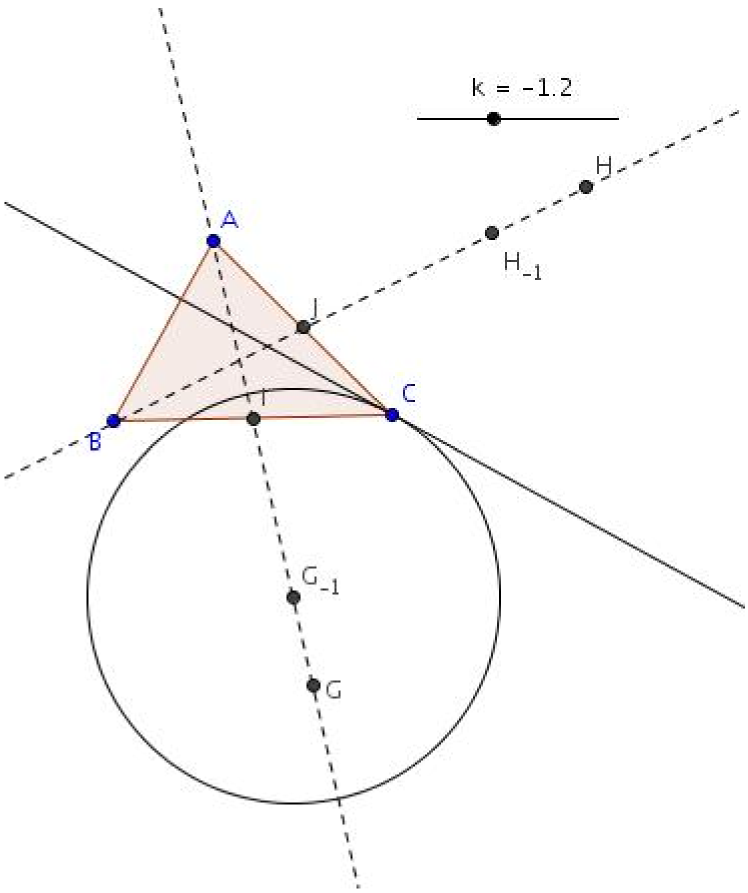
5) $(\mathcal{D})$ est l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left\|k\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|.$$

a) Déterminer l'ensemble $(\mathcal{D})$.

b) Construire $(\mathcal{D})$ lorsque $k=-1$.

Illustration



Exercice 41

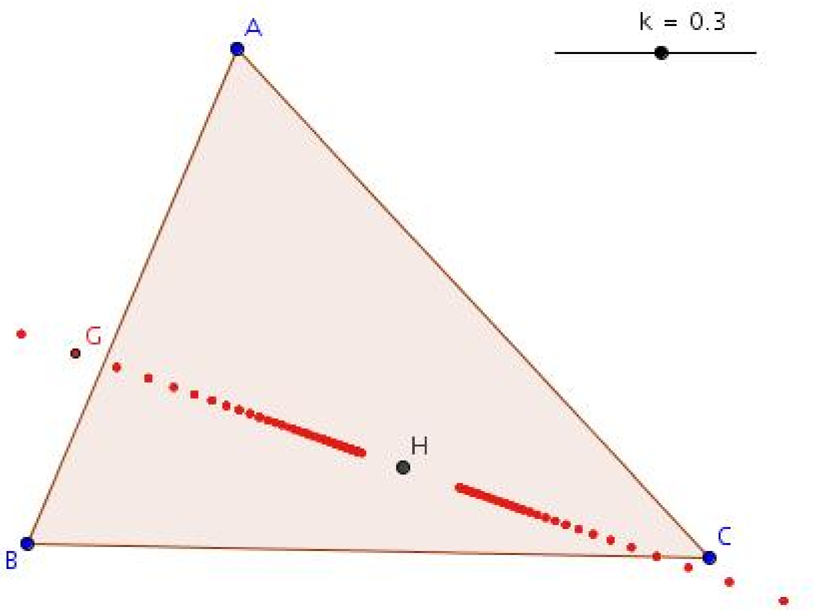
ABC est un triangle.
k est un réel quelconque différent de 1.

On appelle G_k le barycentre de $(A\ ;\ k-4)$, $(B\ ;\ 2k-4)$ et $(C\ ;\ 3k+2)$.

Quel est le lieu géométrique des points G_k lorsque k prend toutes les valeurs possibles ?

On pourra utiliser le point H barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 2)$ et $(C\ ;\ 3)$.

Illustration



Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50