

Terminales S (enseignement de spécialité)

Devoir en classe n° 5

Mardi 20 mai 2014

EXERCICE 1 – ROC

1. Énoncer les théorèmes de BÉZOUT et GAUSS.
2. En utilisant le théorème de BÉZOUT, démontrer le théorème de GAUSS.
3. En utilisant le théorème de GAUSS, démontrer la propriété suivante :

Si un entier naturel n est divisible par deux entiers naturels a et b , premiers entre eux, il est divisible par leur produit.

EXERCICE 2

1. Montrer que l'équation $92x - 60y = 1$ n'a pas de solution dans \mathbb{Z}^2 .
2. Justifier que l'équation (E) : $23x - 60y = 1$ possède au moins une solution dans \mathbb{Z}^2 .
3. a. Déterminer à l'aide de l'algorithme d'EUCLIDE ou d'une autre méthode un couple d'entiers relatifs solution de l'équation (E).
b. Résoudre l'équation (E) dans \mathbb{Z}^2 .
c. En déduire qu'il existe un unique entier naturel x_0 inférieur à 60 tel que $23x_0 \equiv 1 \pmod{60}$.
4. Pour tous entiers naturels a et b , démontrer que si $a^{23} \equiv b \pmod{44}$ et si $a^{60} \equiv 1 \pmod{44}$, alors $b^{47} \equiv a \pmod{44}$.