Exercice - 1

– Partie A –

On considère dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation suivante : (E) $\quad z^3 + 2z^2 - 16 = 0$.

1. Montrer que 2 est solution de (E), puis que (E) peut s'écrire sous la forme : $(z-2)\left(az^2 + bz + c\right) = 0$, où a, b et c sont trois réels que l'on déterminera.

2. En déduire les solutions de l'équation (E) sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle.

– Partie B –

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

1. Placer les points A, B et D d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = -2 - 2\mathrm{i}$, $z_{\mathrm{B}} = 2$ et $z_{\mathrm{D}} = -2 + 2\mathrm{i}$.

2. Calculer l'affixe z_{C} du point C tel que ABCD soit un parallélogramme. Placer C.

3. Soit E l'image de C par la rotation de centre B et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.
   Et soit F l'image de C par la rotation de centre D et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.
   (a) Calculer les affixes des points E et F, notées z_{E} et z_{F}.
   (b) Placer les points E et F.

4. (a) Vérifier que : $\dfrac{z_{\mathrm{F}} - z_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{E}} - z_{\mathrm{A}}} = \mathrm{i}$.
   (b) En déduire la nature du triangle AEF.

5. Soit I le milieu de [EF].
   Déterminer l'image du triangle EBA par la rotation de centre I et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.